



Février 2005

Rapport de Projet I4

Simulation d'un modem ADSL en Matlab

Sylvie DANARADJOU

Jérémy HIRSCH

Christine NAY

Pierre THIBERT

REMERCIEMENTS	2
INTRODUCTION.....	3
I) PRESENTATION DE L'ADSL.....	4
1. PETIT HISTORIQUE DE L'INTERNET	4
2. ARRIVEE DE L'ADSL (<i>ASYMETRIC DIGITAL SUBSCRIBER LINE</i>)	4
3. PRINCIPE DE L'ADSL	4
II) DESCRIPTION DU SYSTEME DE TRANSMISSION	7
1. LA TECHNIQUE DMT ET L'ADSL	7
2. DESCRIPTION DU PROCEDE DMT.....	7
a. <i>Principes généraux des modulations multi-porteuses</i>	7
b. <i>Spécificité de la DMT</i>	8
c. <i>L'étape de modulation OFDM</i>	8
1. Le codage QAM.....	8
2. L'IFFT	10
3. Transformation complexe/réelle du signal OFDM	11
4. Insertion du préfixe cyclique	12
d. <i>L'étape de démodulation</i>	12
1. Les étapes	12
2. L'égalisation	12
III) LE PREFIXE CYCLIQUE.....	14
1. INTERFERENCES ENTRE SOUS-PORTEUSES.....	14
2. INTERFERENCES ENTRE TRAMES	15
3. INSERTION DU PREFIXE	17
IV) L'EVALUATION DES CANAUX.....	18
1. MODELISATION DE LA LIGNE.....	18
2. PRINCIPE DE L'ESTIMATION DU CANAL.....	18
3. L'IMPLEMENTATION	20
4. TESTS SUR L'EVALUATION DES CANAUX	20
a. <i>Nombre de trames d'initialisation</i>	20
b. <i>Réponses fréquentielles estimées</i>	21
1. Cas sans bruit.....	22
2. Cas avec bruit.....	23
V) L'ALLOCATION DYNAMIQUE DES BITS	26
1. 1 ^{ERE} ETAPE : LA DEFINITION DES PARAMETRES	26
2. 2 ^{EME} ETAPE : MISE EN PLACE DES EQUATIONS	26
3. 3 ^{EME} ETAPE : CALCUL DES PUISSANCES DE CHAQUE SOUS-PORTEUSE.....	28
4. 4 ^{EME} ETAPE : DETERMINATION DU NOMBRE DE BITS ALLOUES A CHAQUE SOUS-PORTEUSE.....	29
5. 5 ^{EME} ETAPE : AJUSTEMENT DU DEBIT OBTENU PAR RAPPORT AU DEBIT FIXE (AJUSTEMENT GROSSIER)	29
6. 6 ^{EME} ETAPE : AJUSTEMENT PRECIS DU DEBIT	29
VI) BILAN HUMAIN	31
1. L'EQUIPE.....	31
2. LE TRAVAIL EN GROUPE.....	31
a. <i>Organisation du travail</i>	31
b. <i>Communication externe</i>	31
c. <i>Rôles de Belbin</i>	31
3. CAPITALISATION	32
CONCLUSION	34
BIBLIOGRAPHIE	35

Remerciements

Nous tenons tout d'abord à remercier Mme JARDIN, notre suiveuse, pour l'aide et le support apportés tout au long du projet. Nous remercions également Mme Baudoin pour l'aide qu'elle nous a fournie sur certains points techniques.

Introduction

Au travers de ce projet de 4^e année, nous avons pour but d'étudier en profondeur la technologie ADSL, puis de réaliser la simulation d'un modem ADSL sous Matlab.

Plus précisément nous implémenterons un modèle de transmission numérique s'appuyant sur la technique DMT et la modulation QAM.

Afin de coller le plus possible à la réalité, nous développerons une méthode d'évaluation de la qualité de la ligne pour simuler le système d'allocation des bits.

Il faudra également tenir compte d'éventuelles perturbations sur la ligne au moment de la transmission.

Avant d'en venir au sujet proprement dit, voici une courte mais nécessaire présentation de l'ADSL.

I) Présentation de l'ADSL

1. Petit historique de l'Internet

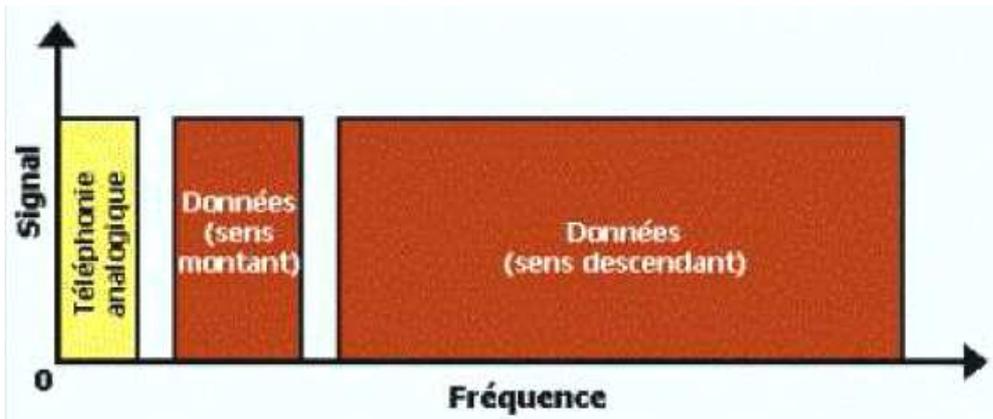
S'il y a bien quelque chose d'irréfutable, c'est que depuis 1876, et l'invention du téléphone par Alexander Graham Bell, l'humanité n'a eu de cesse d'améliorer ses techniques de communication. En 1962, pour des raisons d'abord essentiellement militaires, un réseau de communication entre ordinateurs a vu le jour aux Etats-Unis. Le but était de pouvoir mieux résister à une attaque nucléaire. Une « toile » d'ordinateurs est née. Quelques années plus tard, l'idée a été reprise pour relier quatre grandes universités (réseau Arpanet, en 1969). Un protocole plus performant, TCP/IP, remplace progressivement l'ancien NCP, et en 1983, le réseau, qui s'est agrandi, l'a complètement adopté. Mais l'Internet tel qu'on le connaît ne viendra qu'en 1991, alors qu'un informaticien du CERN cherche un moyen de partager simplement les informations entre les scientifiques. En 1989, le réseau des réseaux compte 100 000 ordinateurs ; 3 ans plus tard, c'est 1 000 000 qui sont reliés ! Internet est à ce jour accessible par plus de 400 millions d'internautes.

2. Arrivée de l'ADSL (*Asymmetric Digital Subscriber Line*)

On comprend bien qu'avec les progrès énormes que connaissent les services sur Internet, et le nombre impressionnant d'ordinateurs interconnectés, les débits offerts doivent sans cesse augmenter. Mais les opérateurs ont vite été limités par le support physique de la transmission. La fibre optique apportait bien la solution idéale en terme de hauts débits, mais son coût ne permettait pas un déploiement total jusque chez le particulier, et il n'était bien sûr pas rentable de remplacer le réseau téléphonique existant (paires de cuivre torsadées). Il fallait donc inventer une technologie satisfaisant ces critères. L'ADSL est alors née dans les laboratoires du CNET (aujourd'hui devenu France Telecom R&D) dans la première moitié des années 1990. L'ADSL est commercialisée à la fin de l'année 1999 et connaît un succès énorme dans le monde entier dès les premiers mois.

3. Principe de l'ADSL

Abordons maintenant l'aspect technique de l'ADSL. L'idée est donc de transmettre à grande vitesse une suite de bits, c'est-à-dire des 0 et des 1 qui sont les éléments de base de l'information numérique. On va chercher à optimiser ce débit, et le rendre le plus grand possible, tout en minimisant les erreurs de transmission dans le canal reliant un particulier et le central téléphonique le plus proche. Pour cela, on va utiliser un maximum de bande passante non occupée par le téléphone, c'est-à-dire au-delà de la bande 0-4 kHz. L'ADSL version 1 (que nous étudions) va utiliser la bande entre 4 kHz et 1,1 MHz. C'est la répartition des bits sur plusieurs signaux de fréquences différentes, étalées sur toute la bande passante, qui permet d'avoir un débit élevé. C'est ce qu'on appelle le multiplexage. La technique employée pour ce faire s'appelle la DMT (*Discrete MultiTone*). Concrètement, la bande passante disponible va être découpée en canaux. Il y aura deux ensembles de canaux : ceux pour le *downstream* (informations transmises du central au particulier), et ceux pour l'*upstream* (sens particulier à central). Il y a au total 256 canaux.



Découpage de la bande passante disponible sur un câble constitué de paires torsadées

Voici le schéma synoptique d'une liaison ADSL :

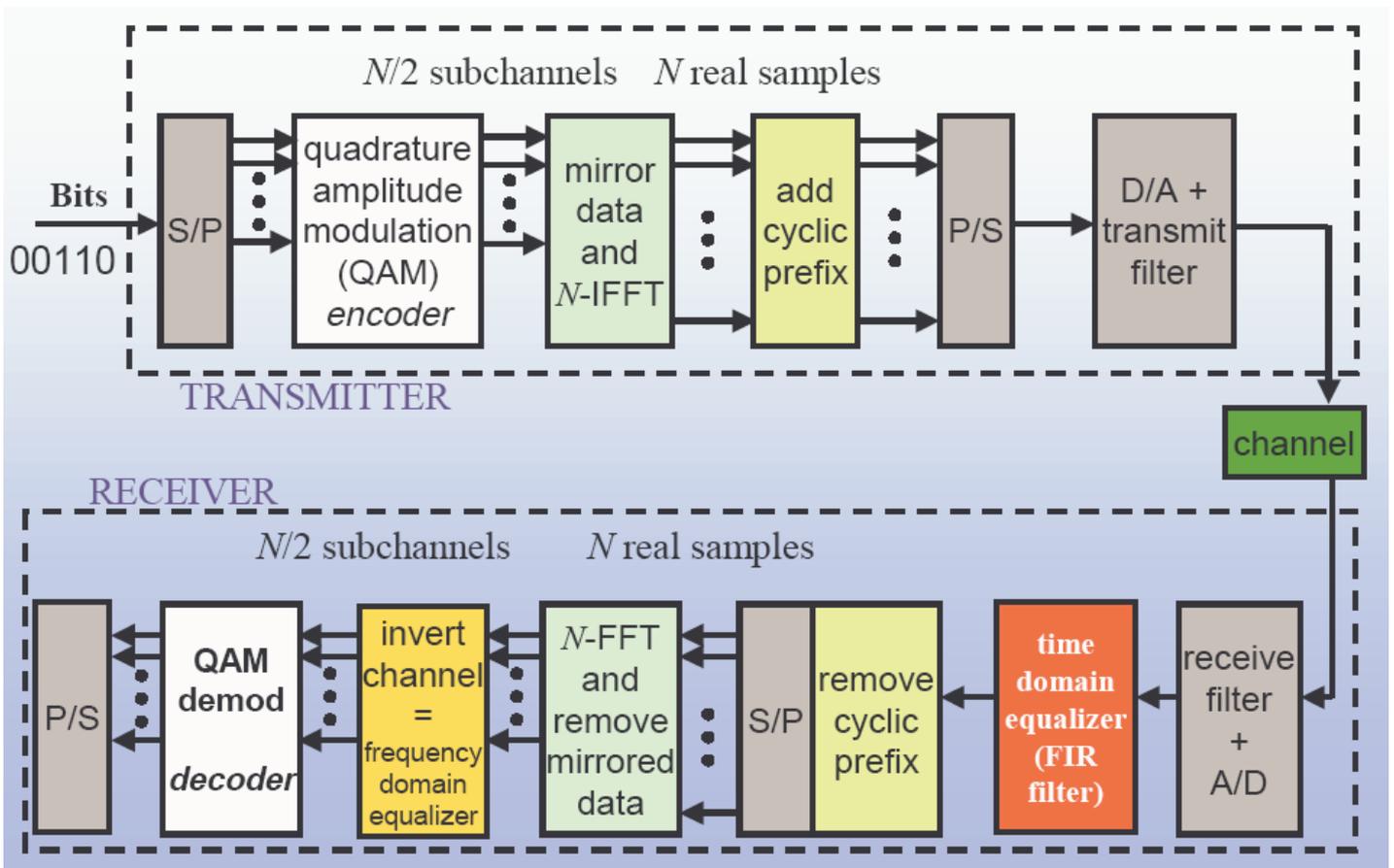


Schéma synoptique d'une liaison ADSL

Dans un premier temps, nous étudierons le principe de la DMT appliqué à la transmission ADSL. Ainsi, nous pourrons expliquer la modulation et démodulation des signaux, puis comprendre l'intérêt d'insérer un préfixe cyclique entre les trames. Nous aborderons ensuite le procédé d'évaluation des canaux. Nous terminerons l'étude par l'allocation dynamique des bits dans les différents canaux de transmission.

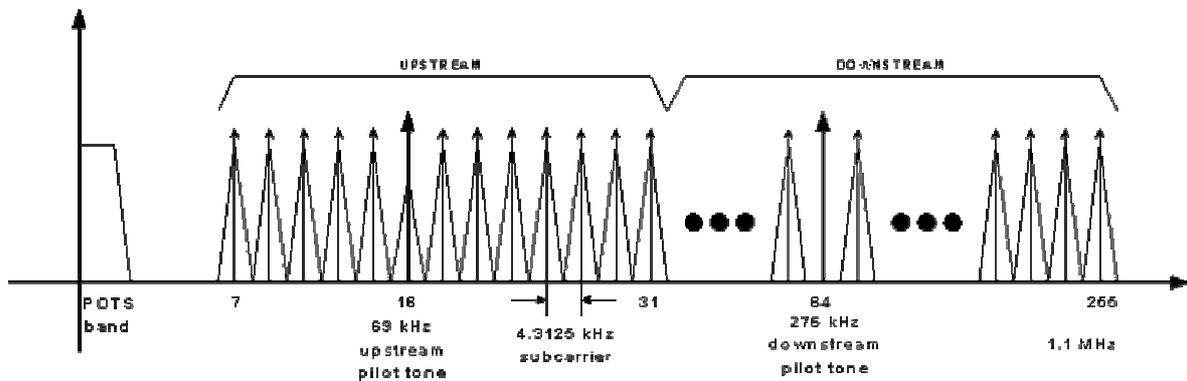
L'ensemble des étapes du système forme donc un système d'émission/réception très complexe puisqu'il est capable d'évaluer les caractéristiques du support de transmission, et d'en déduire le débit optimal sur celui-ci, tout en minimisant le taux d'erreurs sur les symboles.

II) Description du système de transmission

1. La technique DMT et l'ADSL

DMT est une technique de modulation utilisée dans certaines technologies xDSL. C'est une forme de modulation multi-porteuses. Nous verrons plus tard en quoi consiste exactement cette technique.

Un signal DMT ADSL est composé en majeure partie d'un grand nombre de porteuses modulées indépendamment qui sont transmises au-delà du domaine fréquentiel normalement dédié à la parole. Voici le spectre de fréquence du signal :



Spectre fréquentiel de l'ADSL

Le spectre s'étend de 0 à 1.130MHz et est divisé en 256 canaux de 4.3125kHz de large. Ceci équivaut à disposer de 256 modems synchronisés entre eux, se répartissant la transmission de données. La division de la bande passante en un ensemble de canaux indépendants est la clé de la performance obtenue par DMT : le nombre de bits alloués sur chaque sous-porteuse est fonction du rapport signal à bruit (RSB) correspondant, ce qui permet d'adapter le taux de charge de chaque canal en fonction de ses performances. Ainsi, on utilise des symboles de tailles différentes selon les canaux.

La norme ADSL prévoit de laisser libre la bande de fréquence entre 0 et 26kHz (canaux 1 à 6) : la bande entre 0 et 4kHz est utilisée pour la téléphonie analogique (POTS=Plain Old Telephone Service), tandis que la bande de 4kHz à 26kHz constitue une bande de garde.

Entre 26kHz et 134kHz (soit les canaux 7 à 31), on trouve la gamme de fréquences dédiées à l'*upstream* (données montantes). De 134kHz à 1.104MHz (soit les canaux 33 à 256), on trouve les fréquences dédiées au *downstream* (données descendantes).

Les canaux 16 et 64 sont des canaux pilotes qui ne participent pas au débit utile. De même que le canal 32, qui est réservé.

A chaque fréquence centrale d'un canal est associée une sous-porteuse.

2. Description du procédé DMT

a. Principes généraux des modulations multi-porteuses

Les techniques qu'on appelle multi-porteuses consistent à transmettre des données numériques en les modulant sur un grand nombre de porteuses en même temps. Ce sont des

techniques de multiplexage en fréquence qui existent depuis longtemps. Le regain d'intérêt actuel réside dans l'amélioration apportée pour augmenter l'efficacité spectrale (en orthogonalisant les porteuses) : cela permet d'implémenter la modulation et la démodulation à l'aide de circuits performants de FFT (*Fast Fourier Transform*).

Actuellement, les deux techniques de transmission les plus utilisées sont l'OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) et sa variante DMT (*Digital Multi Tone*).

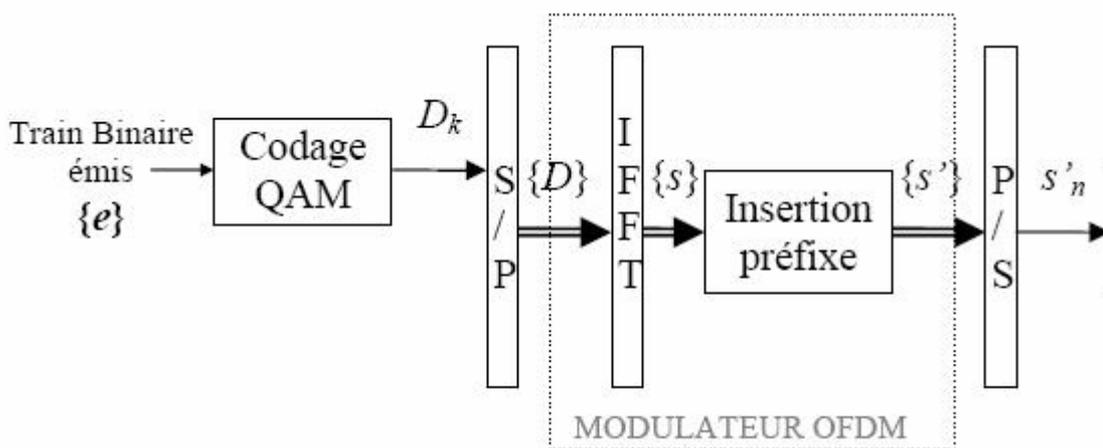
L'OFDM est un procédé de modulation qui consiste à répartir un train binaire à haut débit en N canaux orthogonaux à bas débit. Le terme modulation est un abus de langage : en effet, il s'agit de répartir l'information sur N sous-porteuses en bande de base, modulées selon un débit binaire constant. La modulation à proprement parler, qui permet d'adapter le signal autour de la fréquence centrale reste, quant à elle, identique à celle utilisée dans les chaînes de transmission numériques classiques (M-QAM).

b. Spécificité de la DMT

La DMT, quant à elle, est semblable à l'OFDM à une différence près : chaque sous-porteuse est modulée QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*) selon un débit binaire adaptatif qui dépend directement de la qualité du canal (une phase d'initialisation donne le RSB de chaque canal). La norme ADSL prévoit entre 0 bits (si le canal est trop mauvais) et 8 bits (modulation 256-QAM) par porteuse : plus le RSB d'un canal est élevé, plus l'indice de modulation QAM est élevé et donc plus le débit est élevé (puisque le nombre de bits alloué est plus important).

Nous verrons plus loin l'algorithme qui implémente cette répartition des bits et qui fait toute la différence entre les deux procédés. Pour l'instant, nous nous contenterons de décrire le fonctionnement de l'OFDM.

c. L'étape de modulation OFDM

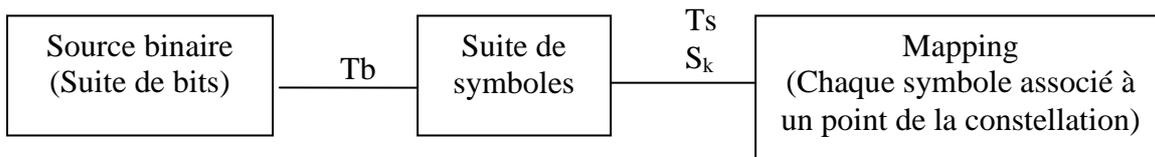


Le modulateur OFDM

1. Le codage QAM

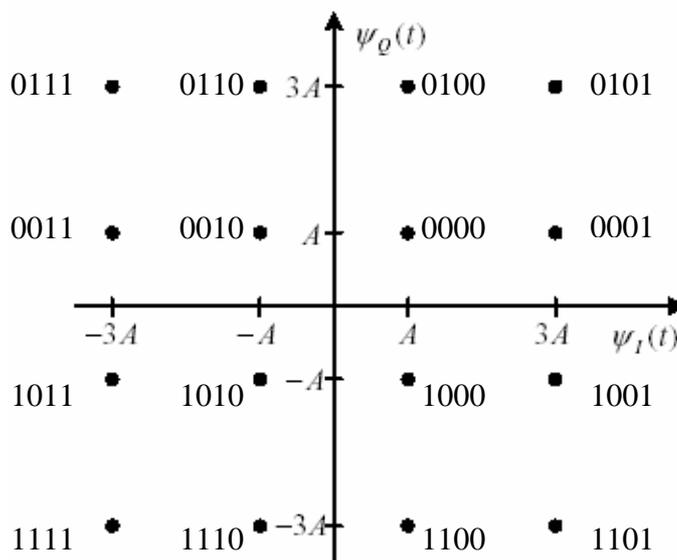
Codage :

Nous allons utiliser la modulation QAM. Le schéma global rassemblant les étapes du *mapping* QAM est le suivant :



Le principe est le suivant : à partir de mots de k bits, on va former des symboles. Les symboles seront représentés dans des constellations. Une constellation peut être de taille différente selon le nombre de bits par symbole voulu. En effet, une constellation représente tous les états possibles de ces symboles. Ainsi, si nous voulons des symboles de k bits (k entier), nous aurons $M = 2^k$ symboles possibles, donc M points dans la constellation.

Prenons par exemple la constellation 16-QAM :



Constellation 16-QAM

Soit un point quelconque de la constellation représentant un symbole, ses coordonnées réelle et imaginaire sont données respectivement par la projection de ce point sur l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.

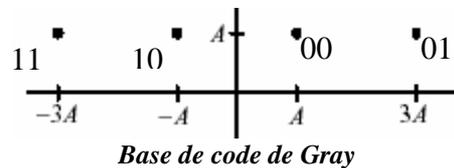
Pour associer à chaque symbole un point de la constellation, un code de Gray est utilisé. Rappelons que la définition du code de Gray est : $a_k = b_{k+1} \oplus b_k$, avec a_k la valeur du k -ème poids du code de Gray et b_k la valeur du k -ème poids du code binaire.

Pour illustrer nous avons :

Entiers	Code binaire ($b_2b_1b_0$)	Code de Gray ($a_2a_1a_0$)
0	000	000
1	001	001
2	010	011
3	011	010
4	100	110

5	101	111
6	110	101
7	111	100

Ainsi pour créer une constellation, nous utilisons une base de code de Gray :



Et le codage des symboles se fait donc en prenant comme convention « $a_3a_2a_1a_0$ » avec « a_3a_2 » codant le numéro de ligne, et « a_1a_0 » codant le numéro de colonne. C'est avec ces conventions que la figure 16-QAM a été construite. Le principe est identique pour des QAM d'ordre supérieur (32, 64, 128,...) : la base est construite sur deux vecteurs orthogonaux qui s'étendent sur l'intervalle $[-\sqrt{Q}; \sqrt{Q}]$ où Q est le premier carré parfait tel que $Q > M$.

Par ailleurs nous comprenons que l'utilisation du code de Gray permet de diminuer au maximum la probabilité d'erreurs lors du *demapping*. En effet, nous remarquons que chaque symbole de la constellation possède un seul bit de différence par rapport à ses voisins dans la constellation. Cela étant, nous minimisons le nombre de bits erronés en réception.

Il est facile de coder une suite de bits sous Matlab par la simple utilisation de la fonction *qaskenco* (utilisée au début du bloc de modulation), qui renvoie directement les coordonnées complexes des symboles entrés en paramètre. A l'inverse, la fonction *qaskdeco* (utilisée en fin du bloc de démodulation) prend en paramètres les coordonnées complexes des symboles et renvoie leur rang dans la constellation associée. Il ne reste plus qu'à reformer la suite de bits associée grâce à la fonction *dec2bin*.

Une fois les coordonnées complexes des symboles obtenues, on les envoie dans le module d'IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*).

2. L'IFFT

Le principe de l'OFDM est la transmission en parallèle de N sous-porteuses modulées en M-QAM. Comme il est peu réaliste de concevoir un système avec un grand nombre d'oscillateurs, on va utiliser les propriétés de la FFT.

Rappelons avant de décrire les étapes de la modulation, que les N sous-porteuses sont orthogonales, c'est-à-dire :

$$\int_0^{T_u} s_i(t)s_j(t)dt = 0 \text{ si } i \neq j \text{ avec } s_k(t) = \begin{cases} \sin(2\pi f_k t) & 0 < t < T_u \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \text{ Pour } k \in [1, N] \text{ et } f_k = \frac{k}{T_u}.$$

Chaque sous-porteuse va donc être modulée en M-QAM pendant une durée T_u :

$$s_k(t) = A_k \sin(2\pi f_k t + \phi_k) = \text{Im}(D_k e^{j2\pi f_k t}) \text{ avec } D_k = A_k e^{j\phi_k}$$

D_k est le symbole associé à un point de la constellation M-QAM.

Comme toutes les sous-porteuses sont émises en parallèle, l'enveloppe complexe du signal OFDM peut s'écrire sur $[0, T_u]$:

$$s(t) = \sum_{k=1}^N D_k e^{j2\pi f_k t} = \sum_{k=1}^N D_k e^{j2\pi \frac{k}{T_u} t}, \text{ sachant qu'on veut générer } \text{Re}(s(t)).$$

Si on échantillonne le signal à $T_e = \frac{T_u}{N}$, le signal s'écrira, à chaque instant $t=nT_e$ ($n \in [1, N]$) :

$$s(nT_e) = s(n) = \sum_{k=1}^N D_k e^{j2\pi \frac{k}{T_u} nT_e} = \sum_{k=1}^N D_k e^{j2\pi \frac{kn}{N}}$$

$s(n)$ est le symbole OFDM. L'ensemble $\{s(n)\}_{n=1..N}$ de ces symboles constituera la trame OFDM.

On s'aperçoit que $s(n)$ est, au facteur N près, l'IFFT des symboles D_k où k fait référence à la k -ème sous-porteuse.

Rappel: l'IFFT qui associe aux symboles X_k ($k \in [1, N]$) les symboles Y_n ($n \in [1, N]$) s'écrit

$$Y_n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k e^{j2\pi \frac{kn}{N}}$$

En introduisant les symboles modulés M-QAM à transmettre dans un module d'IFFT, on obtiendra en sortie la trame OFDM voulue. A la réception, il suffira de passer par un module de FFT pour restituer le message.

3. Transformation complexe/réelle du signal OFDM

Le signal généré par le module d'IFFT est complexe et donc impossible à transmettre dans le canal tel quel. L'astuce utilisée en ADSL consiste à ajouter à la séquence originale des N symboles D_k la séquence miroir des complexes conjugués de ces symboles. On crée ainsi une nouvelle séquence de symboles D'_k :

$$\begin{aligned} D'_k &= D_k & \text{où } k \in [1, N-1] & \text{ et } D'_0 = 0 \\ D'_{2N-k} &= D_k^* & & D'_N = 0 \end{aligned}$$

Une fois passée par le module d'IFFT, cette nouvelle suite de symboles génère une séquence de valeurs réelles. Voici la justification.

On applique tout d'abord l'IFFT sur la nouvelle suite de symboles :

$$s'_n = \frac{1}{2N} \sum_{k=0}^{2N-1} D'_k e^{j2\pi \frac{kn}{2N}}$$

On développe :

$$s'_n = \frac{1}{2N} \left[\sum_{k=0}^{N-1} D'_k e^{j\pi \frac{kn}{N}} + \sum_{k=N+1}^{2N-1} D'_k e^{j\pi \frac{kn}{N}} \right]$$

On peut remplacer les D'_k par leur expression en D_k :

$$s'_n = \frac{1}{2N} \left[\sum_{k=0}^{N-1} D_k e^{j\pi \frac{kn}{N}} + \sum_{k=N+1}^{2N-1} D_{2N-k}^* e^{j\pi \frac{kn}{N}} \right]$$

Posons $A_n = \sum_{k=N+1}^{2N-1} D_{2N-k}^* e^{j\pi \frac{kn}{N}}$.

Si on pose maintenant $t=2N-k$, alors $A_n = \sum_{t=1}^{N-1} D_t^* e^{j\pi \frac{n(2N-t)}{N}} = \sum_{t=1}^{N-1} D_t^* e^{-j\pi \frac{nt}{N}}$, et en remplaçant dans s'_n :

$$s'_n = \frac{1}{2N} \left[\sum_{k=0}^{N-1} D_k e^{j\pi \frac{kn}{N}} + \sum_{t=1}^{N-1} D_t^* e^{-j\pi \frac{nt}{N}} \right] = \frac{1}{N} \operatorname{Re} \left(\sum_{k=1}^{N-1} D_k e^{j\pi \frac{kn}{N}} \right)$$

4. Insertion du préfixe cyclique

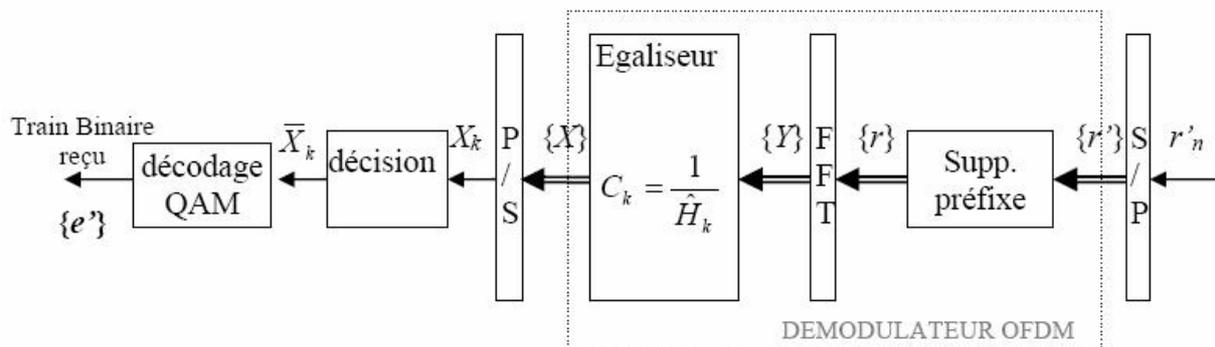
Le comportement multi-trajets du canal va induire des retards et des déphasages (parfois du même ordre de grandeur qu'un temps symbole) sur les symboles transmis : ce sont les interférences entre symboles. Pour remédier à ce problème, on insère entre deux trames OFDM un intervalle de garde dont la durée doit être supérieure au retard maximum des signaux issus des trajets indirects : c'est le préfixe cyclique.

Le préfixe cyclique est la simple répétition de la fin de la trame OFDM sur laquelle on l'ajoute.

Nous traiterons la théorie du préfixe cyclique un peu plus tard.

d. L'étape de démodulation

1. Les étapes



Le démodulateur OFDM

On réalise ici les étapes inverses de la modulation :

- Suppression du préfixe cyclique
- FFT sur le signal obtenu
- Décodage QAM

Cependant, l'étape de démodulation comporte une étape en plus de la modulation : l'égalisation.

2. L'égalisation

Lors de la transmission, le signal (en temps) modulé est convolué à la réponse impulsionnelle (en temps) du canal. En outre, le bruit du canal vient perturber le signal.

En notant $s(t)$ le signal transmis, $r(t)$ le signal reçu, $n(t)$ le bruit et $h(t)$ la réponse impulsionnelle du canal on a donc :

$$r(t) = h(t) \otimes s(t) + n(t)$$

De la même manière, avec $S(f)$, $R(f)$, $N(f)$ et $H(f)$ les transformées de Fourier de $s(t)$, $r(t)$, $n(t)$ et $h(t)$ respectivement, on obtient :

$$R(f) = H(f) \times S(f) + N(f)$$

Ces équations, valables sur des signaux continus, restent applicables à des signaux discrets si le nombre de symboles sur lesquels on effectue la transformée de Fourier est suffisamment important et si un des deux signaux convolués est périodique (pour que la convolution temporelle soit circulaire). C'est l'introduction du préfixe cyclique à l'étape de modulation qui permet de vérifier cette dernière propriété.

On supposera par la suite les interférences entre symboles et les interférences entre canaux complètement éliminées par l'introduction du préfixe cyclique.

Alors, le symbole X_k reçu après l'opération de FFT, qui correspond au symbole émis D_k sur la k -ème sous-porteuse, a pour expression :

$$X_k = H_k \times D_k + N_k$$

Où H_k est la réponse fréquentielle du k -ème canal ($k \in [1, N]$).

Pour retrouver D_k , il suffit donc d'introduire à la suite du module de FFT un égaliseur formé de N multiplieurs dont les coefficients seront donnés par la phase d'évaluation du canal lors de l'ouverture de la ligne. La méthode est décrite en détail plus loin. Le résultat est une évaluation de la réponse fréquentielle des canaux : $\{H_k^{eval}\}_{1:N}$.

L'égaliseur se réduit alors à un filtre inverse de $\{H_k^{eval}\}_{1:N}$ et les coefficients de l'égalisation sont donnés par :

$$C_k = \frac{1}{H_k^{eval}}, k \in [1, N]$$

III) Le préfixe cyclique

Dans cette partie, nous allons étudier plus précisément le rôle du préfixe cyclique.

Le préfixe cyclique permet principalement d'éliminer les interférences qui pourraient provoquer des erreurs à la réception. Il existe deux types d'interférences :

- Interférences entre sous-porteuses (appelées ICI, *Inter Carrier Interferences*)
- Interférences entre trames (appelées aussi abusivement interférences entre symboles, ISI, *Inter Symbol Interferences*). Une trame DMT contient N symboles, provenant des N canaux. A noter que ces symboles ne contiennent pas nécessairement le même nombre de bits (contrairement à l'OFDM).

1. Interférences entre sous-porteuses

On éliminera ces interférences en imposant l'orthogonalité entre les sous-porteuses. L'orthogonalité est la propriété fondamentale qui permet de transmettre des signaux multiples sur une même ligne et de les détecter sans interférences.

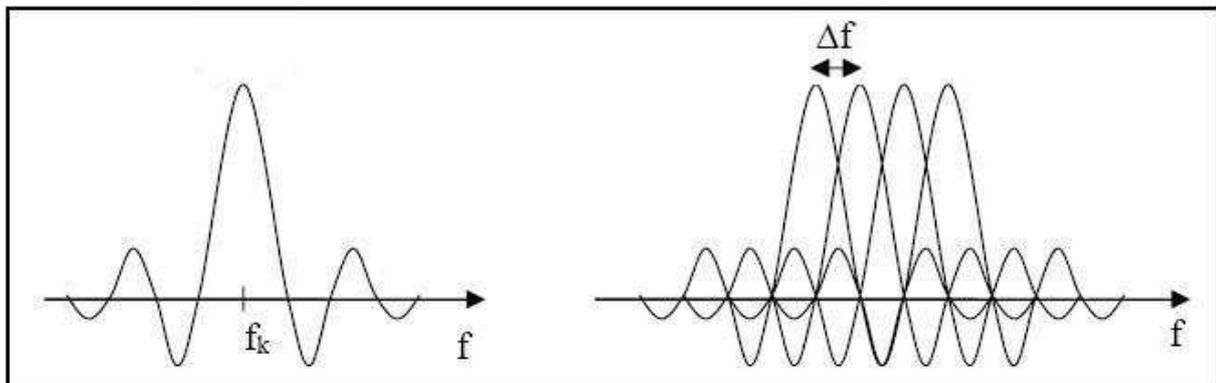
Rappel mathématique: on définit l'orthogonalité de deux fonctions f et g sur un intervalle [a,b] par la relation suivante :

$$\int_a^b f(t).g(t)dt = 0$$

Cela signifie que f et g sont disjointes sur le segment [a,b].

Appliquons ce critère à notre système de transmission : on doit fixer la valeur des différentes fréquences de sous-porteuse pour éviter les recouvrements de spectres, c'est-à-dire pour que leurs spectres ne se recouvrent pas au moment de l'échantillonnage. Or on sait que, avant de leur appliquer une IFFT, nos N symboles sont « étagés » sur la durée d'une trame T_u , sur chaque N sous-porteuses différentes. Cela revient à appliquer à la sous-porteuse une fenêtre de durée T_u , dont l'enveloppe spectrale sera un sinus cardinal. Les N symboles sont au final en parallèle, et ceci sur la durée T_u .

La question que l'on se pose maintenant est celle de l'écart qui doit être pris pour espacer les fréquences centrales f_k de chaque sous-porteuse, pour que celles-ci s'annulent aux instants où une d'entre elles est maximale (cf. représentation fréquentielle ci-dessous).



Enveloppes spectrales de sous porteuses

Considérons l'expression d'une sous-porteuse s_k :

$$s_k(t) = \begin{cases} \sin(2\pi f_k t) & 0 < t < T_u \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \text{ Pour } k \in [1, N].$$

Montrons par un calcul rapide, que deux sous-porteuses consécutives sont orthogonales si et seulement si leurs fréquences sont écartées d'un facteur $\frac{1}{T_u}$, c'est-à-dire si $f_k = \frac{k}{T_u}$.

Prenons deux sous-porteuses k et $k+1$; vérifions que :

$$\begin{aligned} \forall t \in [0, T_u], \forall k \in [1, N], \int_0^{T_u} \sin(2\pi \frac{k}{T_u} t) \sin(2\pi \frac{k+1}{T_u} t) dt &= 0 \\ \int_0^{T_u} \sin(2\pi \frac{k}{T_u} t) \sin(2\pi \frac{k+1}{T_u} t) dt &= \frac{1}{2} \int_0^{T_u} \left(\cos\left(\frac{2\pi t}{T_u} (2k+1)\right) - \cos\left(\frac{2\pi t}{T_u}\right) \right) dt \\ &= \frac{1}{2} \left(\left[\frac{T_u}{2\pi(2k+1)} \sin\left(\frac{2\pi t}{T_u} (2k+1)\right) \right]_0^{T_u} - \left[\frac{T_u}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi t}{T_u}\right) \right]_0^{T_u} \right) \end{aligned}$$

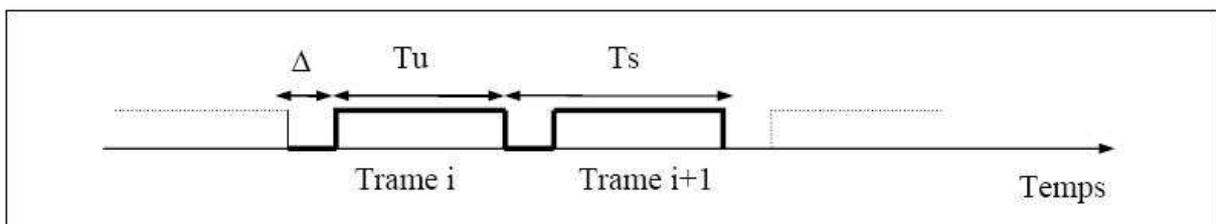
Or tous les termes vont s'annuler puisque le sinus en 0 et T_u va s'annuler. L'égalité a bien été vérifiée.

On choisira donc $\Delta f = \frac{1}{T_u}$ pour respecter l'orthogonalité entre sous-porteuses.

Cette condition permet non seulement d'éviter les interférences entre sous-porteuses, mais aussi d'avoir une occupation spectrale idéale (on ne peut en effet pas plus rapprocher les sous porteuses sans risquer une mauvaise interprétation des symboles envoyés).

2. Interférences entre trames

Les interférences entre trames apparaissent sur le canal, c'est-à-dire au moment où les N symboles sont transmis en parallèle, sur les N sous-porteuses. Chaque symbole va subir sur sa porteuse des échos, inévitables dès le moment où l'on transmet un signal dans un canal non parfait. Mais ce phénomène va engendrer des interférences : les signaux vont se propager non seulement suivant un trajet direct, mais aussi suivant des trajets dits multiples, conséquence des échos ; le signal reçu sera la contribution de tous ces signaux. Les trajets multiples vont perturber les trames suivantes, c'est pourquoi l'insertion d'un intervalle de garde entre celles-ci va être indispensable. Cet intervalle de garde aura une durée Δ , supérieure au plus grand retard de tous les signaux issus des trajets multiples. Pour être précis il faut bien dire que cet intervalle de garde Δ est ajouté au début de chaque symbole.



Suite de trames séparées d'un préfixe cyclique Δ

Le problème en rajoutant un simple intervalle de garde Δ d'amplitude nulle se situe à la réception, au moment de la démodulation et de l'égalisation. En effet, les signaux ne sont alors plus périodiques, et le théorème de la convolution qui s'appliquait avant, ne s'applique plus.

Rappel du théorème de la convolution :

$$\begin{aligned} x(t) \times h(t) &\xrightarrow{\text{FFT}} X(f)H(f) \\ x(n) \otimes h(n) &\xrightarrow{\text{FFT discrète}} X(f)H(f) \end{aligned}$$

h est la réponse impulsionnelle du canal. Dans ce théorème, l'opérateur \otimes requiert la périodicité du signal $x(n)$ pour être valide.

Il faut donc trouver une solution pour retrouver des signaux périodiques : une des idées est de faire un recopiage de la fin de chaque trame sur la durée de l'intervalle de garde. Δ s'appellera alors le préfixe cyclique.

Analysons ce qui se passe algébriquement dans le canal, sous hypothèse de périodicité: on émet un signal $x(t)$ et on reçoit un signal $y(t) = a_0x(t) + a_1x(t-t_1) + \dots + a_Lx(t-t_L)$ après passage dans le canal. Ce signal $y(t)$ peut s'écrire comme :

$$y(t) = \underbrace{[a_0\delta(t) + a_1\delta(t-t_1) + \dots + a_L\delta(t-t_L)]}_{h(t)} * x(t), \text{ c'est-à-dire le signal } x \text{ convolué par la réponse impulsionnelle } h \text{ du canal numérisé.}$$

Dans le domaine discret, on écrit les expressions de y et de la IFFT de x (où N est le nombre de canaux) :

$$\begin{aligned} x_n &= \sum_{l=0}^{N-1} S_l e^{-j2\pi ln/N}, \text{ où } n = -P..0..N-1, P \text{ la longueur du préfixe cyclique} \\ y_n &= \sum_{k=0}^{L-1} h_k x_{n-k}, \text{ où } n = -P..0..N-1, L \text{ la longueur de } h \end{aligned}$$

$P \geq L$ par définition du préfixe cyclique.

Le symbole estimé à la réception est :

$$\begin{aligned} \hat{S}_i &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y_n e^{-j2\pi in/N} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left[\sum_{k=0}^{L-1} h_k \sum_{l=0}^{N-1} S_l e^{-j2\pi l(n-k)/N} \right] e^{-j2\pi in/N} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{L-1} h_k \sum_{l=0}^{N-1} S_l e^{-j2\pi lk/N} \underbrace{\sum_{n=0}^{N-1} e^{-j2\pi n(i-l)/N}}_{N\delta(i-l)} \end{aligned}$$

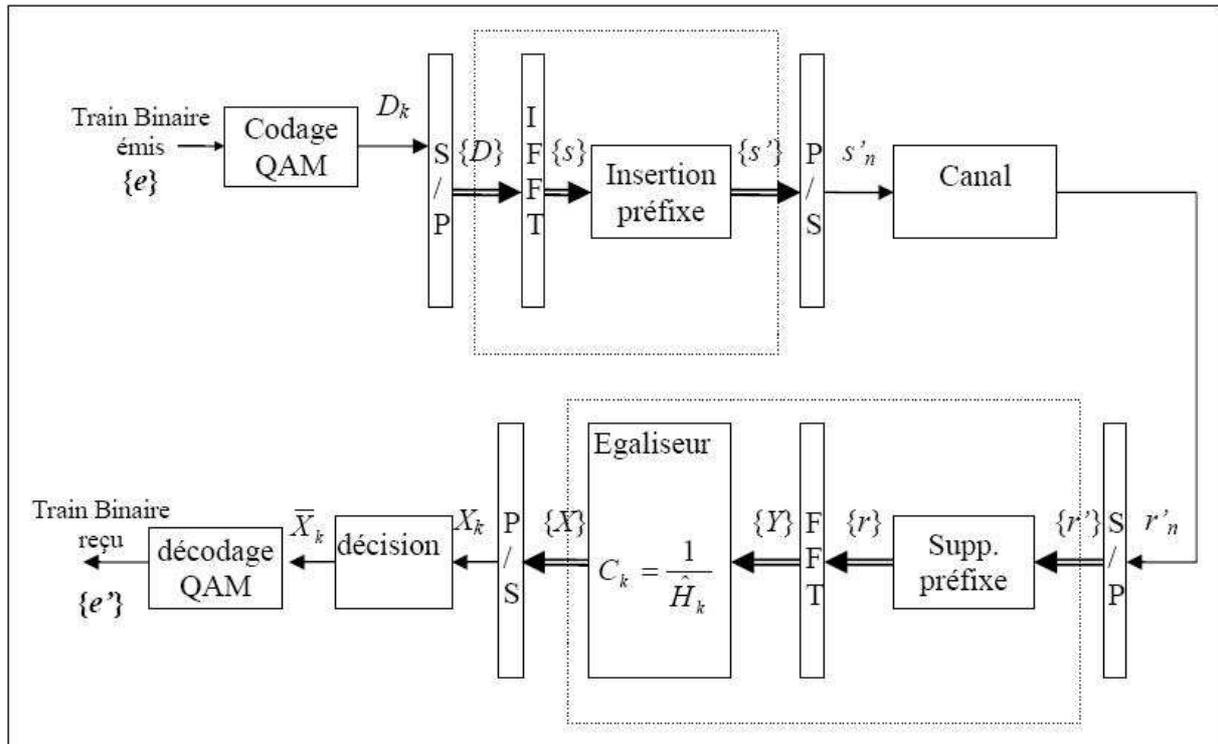
La dernière somme vaut 1 lorsque $i = l$, 0 sinon. On peut donc remplacer les indices l par i dans le reste de l'expression, et on conclue donc :

$$\begin{aligned} \hat{S}_i &= \sum_{k=0}^{L-1} h_k S_i e^{-j2\pi ik/N} \\ &= S_i \underbrace{\sum_{k=0}^{L-1} h_k e^{-j2\pi ik/N}}_{H_i} \\ \hat{S}_i &= S_i H_i \end{aligned}$$

L'égaliseur fréquentiel situé après la FFT à la réception sera alors très simple : il suffira de multiplier le signal reçu par $C = \frac{1}{\hat{H}}$ (où \hat{H} est l'estimée de la réponse impulsionnelle du canal).

3. Insertion du préfixe

On ajoute le préfixe à l'émission après l'IFFT. Il est enlevé à la réception avant la FFT.



Synoptique de la transmission

IV) L'évaluation des canaux

Comme nous l'avons vu plus haut, ce qui distingue le procédé DMT du procédé OFDM est le système d'allocation des bits. Celui-ci va dépendre du rapport signal à bruit de chaque sous-canal. En effet, plus le rapport signal à bruit du sous-canal sera grand, moins le signal reçu sera déformé, on enverra donc plus de bits dans les sous-canaux qui ont un meilleur RSB. L'étude des caractéristiques du canal de propagation et du bruit est importante pour comprendre comment le signal reçu peut être modifié, mais aussi pour estimer les canaux. Cette estimation permettra également de fournir les coefficients du filtre d'égalisation. Deux cas se présentent, celui d'un bruit stationnaire et celui d'un bruit non-stationnaire, mais dans le cadre de notre étude nous nous intéressons simplement au cas stationnaire. Avant toute chose, intéressons nous à la façon dont nous avons modélisé la ligne.

1. Modélisation de la ligne

Toute ligne a une réponse impulsionnelle h qui lui est propre. Dans le cadre de notre projet, nous avons choisi de modéliser une paire torsadée : la réponse impulsionnelle est donc exponentiellement décroissante. Nous devons veiller à rendre les coefficients de la réponse en temps quasiment nuls à partir du $v+1$ -ème (où v est la longueur du préfixe cyclique) : en effet, pour une réponse de longueur supérieure ou égale à $v+1$, des interférences entre symboles apparaissent et provoquent des erreurs en réception. Un moyen de simuler ces interférences était de dégrader les coefficients concernés.

La formule retenue en temps échantillonné est : $e^{\alpha t}$ avec $\alpha = \frac{\log(\beta)}{v \times T_e}$, β tel que $h(v+1) = \beta$,

$t \in [0, (n-1)T_e]$ et T_e la période d'échantillonnage.

Le signal en sortie du modulateur sera convolué à cette réponse impulsionnelle.

Il nous reste à simuler le bruit n sur la ligne. C'est normalement un bruit coloré dont la densité spectrale diminue exponentiellement avec la fréquence. Nous pouvons l'approximer à un bruit blanc dans chaque bande de fréquences de porteuse.

N'ayant pas trouvé de solution satisfaisante pour implémenter le bruit de cette manière, nous avons simplement ajouté une composante de bruit blanc sur chaque échantillon du signal après la convolution par la fonction de transfert.

2. Principe de l'estimation du canal

Un canal stationnaire est un canal dont les propriétés statistiques ne dépendent pas du temps. Il est donc caractérisé :

- par la présence d'un bruit stationnaire, qui est la somme des bruits colorés supposés blancs dans les bandes occupées par chaque sous-porteuse
- par un canal dont la réponse impulsionnelle est constante au cours du temps

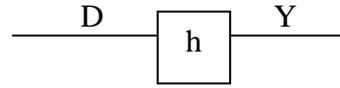
Puisque nous traitons ici le cas du bruit stationnaire dans le canal, nous pouvons considérer qu'il ne varie ni brusquement ni intensément au cours du temps. Ainsi, l'estimation de la réponse fréquentielle pour chaque sous-porteuse peut se faire une seule fois lors de l'initialisation et sera conservée le temps de la connexion. Cette initialisation est une étape qui permet de connaître la réponse impulsionnelle du canal ainsi que le bruit estimé.

Une solution simple est de transmettre N_{init} trames de bits, modulées en QPSK, identiques et connues du récepteur. On peut faire varier N_{init} , mais les études montrent qu'à partir de 30

trames d'initialisation les résultats obtenus sont largement acceptables. Nous choisirons donc $N_{init}=30$. Cette valeur N_{init} a été choisie en considérant que le canal peut être « pseudo stationnaire ». Pour des valeurs plus grandes, le débit utile diminue et la précision apportée ne justifie pas les concessions faites sur la vitesse de transmission.

L'estimation d'un canal consiste donc à estimer son rapport signal à bruit. Rappelons que la qualité de cette estimation est importante pour appliquer l'algorithme de « *water-pouring* », qui permet d'optimiser l'allocation binaire.

Pour un signal filtré selon le schéma suivant,



nous savons à l'aide de la formule des interférences que la fonction d'autocorrélation du signal de sortie R_{YY} est fonction de celle du signal à l'entrée du filtre, ainsi que des réponses impulsionnelles temporelles du filtre.

Ainsi nous avons : $R_{yy} = h * h^{(-)} R_{dd}$ avec $h^{(-)}(u) = h^*(-u)$.

Par ailleurs, le théorème de Wiener-Kintchine-Einstein nous dit que la densité spectrale de puissance est la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation.

Il vient donc à partir de la formule des interférences la formule suivante : $S_{YY}(f) = |H(f)|^2 \cdot S_{DD}(f)$ avec $S_{YY}(f)$ et $S_{DD}(f)$ respectivement les densités spectrales du signal de sortie et du signal d'entrée.

Enfin, nous avons le rapport signal à bruit RSB_k du $k^{\text{ème}}$ sous-canal défini par :

$$RSB_k = \frac{P_s |H_k|^2}{P_b}$$

avec P_s la puissance du signal émis dans le $k^{\text{ème}}$ sous-canal, P_b la puissance du bruit du $k^{\text{ème}}$ sous-canal, et H_k le coefficient de la fonction de transfert du $k^{\text{ème}}$ sous-canal.

Ainsi, nous comprenons que pour estimer le RSB de chaque porteuse, nous devons procéder par étapes. Dans une première étape, nous allons faire une estimation des coefficients \hat{H}_k sur les 30 trames d'initialisation. L'estimation de ces coefficients sera une moyenne des coefficients trouvés pour chaque trame d'initialisation. Sachant que $Y=H*D+N$, nous avons la relation suivante :

$$\hat{H}_k = \frac{1}{N_{init}} \sum_{t=1}^{N_{init}} \frac{Y_{t,k}}{D_{t,k}}$$

$D_{t,k}$ représente le symbole associé à un point de la constellation correspondant à la sous porteuse k et à la trame t , $Y_{t,k}$ représente le symbole reçu.

Dans une deuxième étape, nous estimons les échantillons de bruit \hat{N}_k qui s'expriment en fonction des symboles émis dans la trame d'initialisation et de la fonction de transfert estimée précédemment. Et nous avons donc l'estimation du bruit de la sous porteuse k suivante :

$$\hat{N}_k = \frac{1}{N_{init}} \sum_{t=1}^{N_{init}} \left(Y_{t,k} - \hat{H}_k \cdot D_{t,k} \right)$$

Dans cette formule nous gardons les mêmes notations que précédemment.

3. L'implémentation

Les N_{init} trames d'initialisation, connues du récepteur, une fois modulées 4-QAM, sont transmises dans le canal pour permettre au récepteur de calculer les coefficients \hat{H}_k des fonctions de transfert des canaux ainsi que le bruit présent sur chaque canal et le RSB de ces canaux. Pour cela, nous avons simulé un canal qui s'approche le plus possible des conditions réelles d'une transmission ADSL.

Les puissances ont été calculées de façon très simple. En effet, nous savons que la puissance d'un signal X est donné par : $P_x = R_{xx}(0) = E(|X(t)|^2)$
or nous travaillons dans le cas stationnaire, alors nous avons l'espérance $E(|X(t)|^2) = E(|X|^2) = |X|^2$.

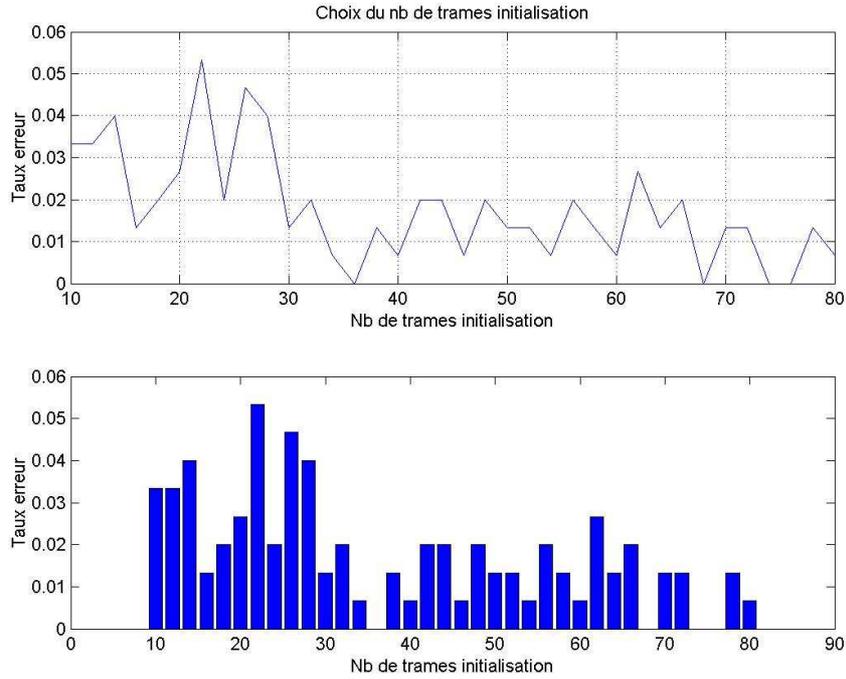
Nous avons décidé de créer trois vecteurs qui contiennent respectivement les valeurs des coefficients des fonctions de transfert des canaux, le bruit et le RSB de chaque canal. Ainsi, l'utilisation des données est simple et rapide. Les valeurs obtenues sont ensuite utilisées dans la fonction de répartition des bits, qui applique l'algorithme du « *water pouring* », pour l'allocation binaire.

4. Tests sur l'évaluation des canaux

Il était important de vérifier la validité des résultats.

a. Nombre de trames d'initialisation

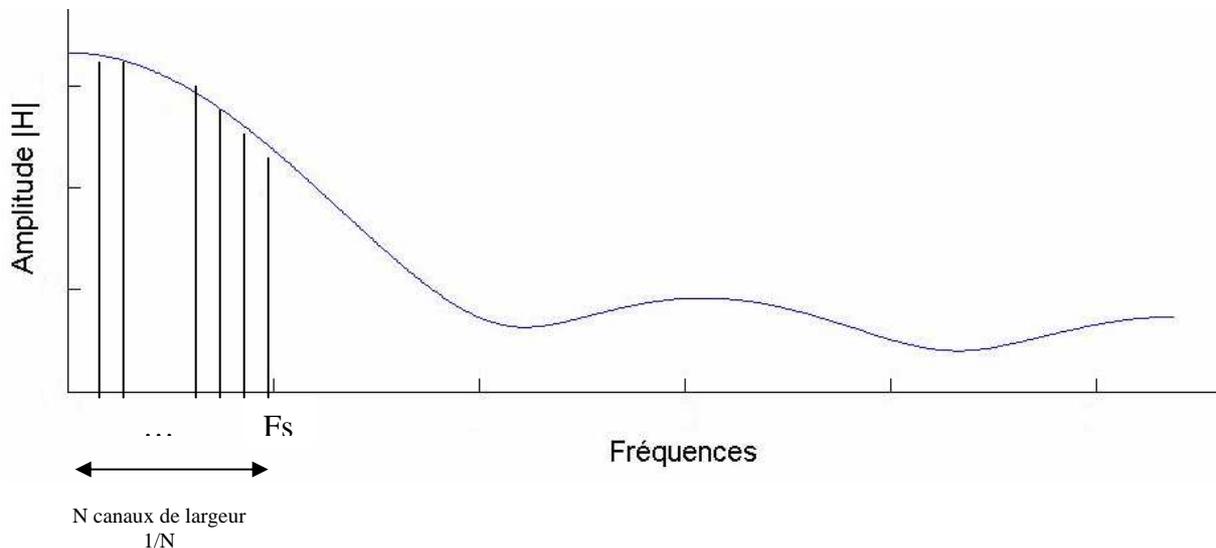
Dans un premier temps, nous avons vérifié que 30 trames d'initialisation étaient suffisantes pour obtenir une évaluation correcte. Nous avons donc implémenté un test d'erreur pour différentes valeurs du nombre de trames d'initialisation :



Nous remarquons bien qu'à partir de 30 trames d'initialisation nous avons un taux d'erreur correct qui reste proche de 0.02. La valeur de 30 trames d'initialisation est donc suffisante.

b. Réponses fréquentielles estimées

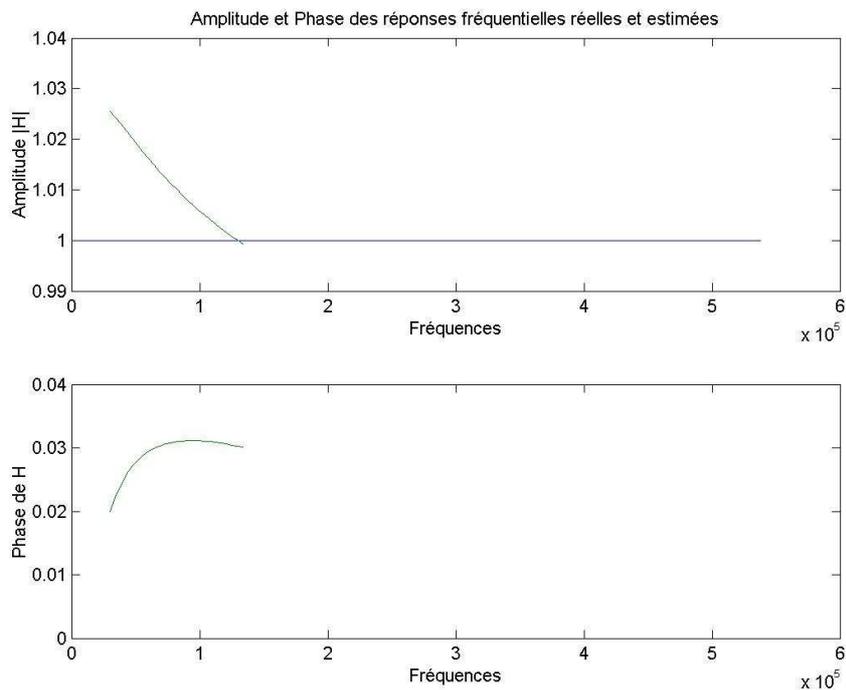
Dans un deuxième temps, nous avons comparé les réponses fréquentielles réelles et estimées pour différents cas. Pour cela, nous avons visualisé l'amplitude et la phase des réponses fréquentielles. Les courbes qui s'arrêtent à la fréquence 10^5 correspondent aux courbes estimées. En effet, les réponses fréquentielles réelles sont obtenues pour toutes les fréquences à partir d'une réponse temporelle, et l'estimation des réponses fréquentielles est obtenue pour les seules fréquences des sous-porteuses. Ainsi, pour comparer les deux réponses, nous devons mettre ces valeurs obtenues à la même échelle.



Attention, les réponses estimées sont calculées à partir de la première fréquence porteuse f_0 tandis que la réponse réelle a son spectre qui commence à 0. Les courbes sont donc mises à la même échelle de fréquence pour les tracés, par un décalage du tracé de l'estimée de f_0 vers la droite.

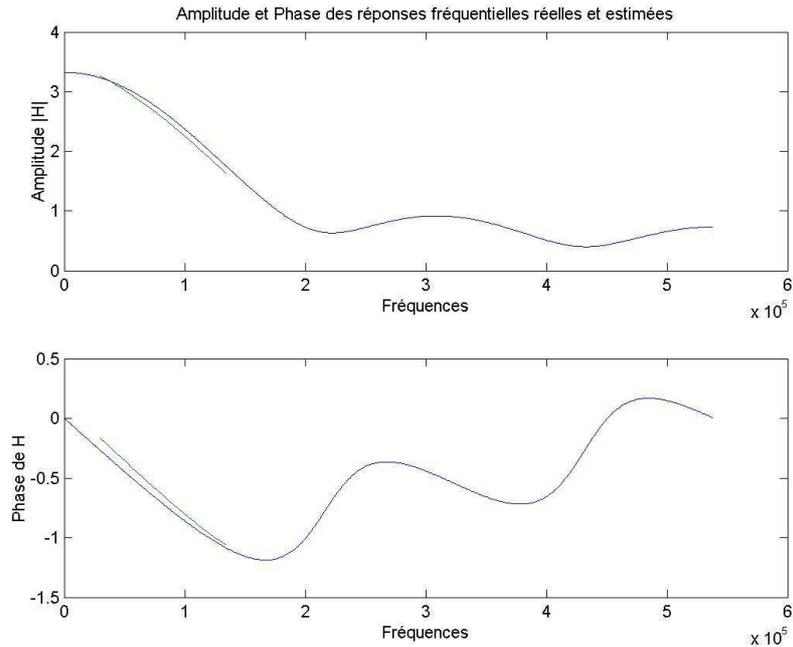
1. Cas sans bruit

Dans le cas sans bruit nous remarquons qu'il n'y a pas beaucoup d'erreurs à la réception. Dans le cas d'un canal idéal ($h=1$), nous avons l'estimée suivante :



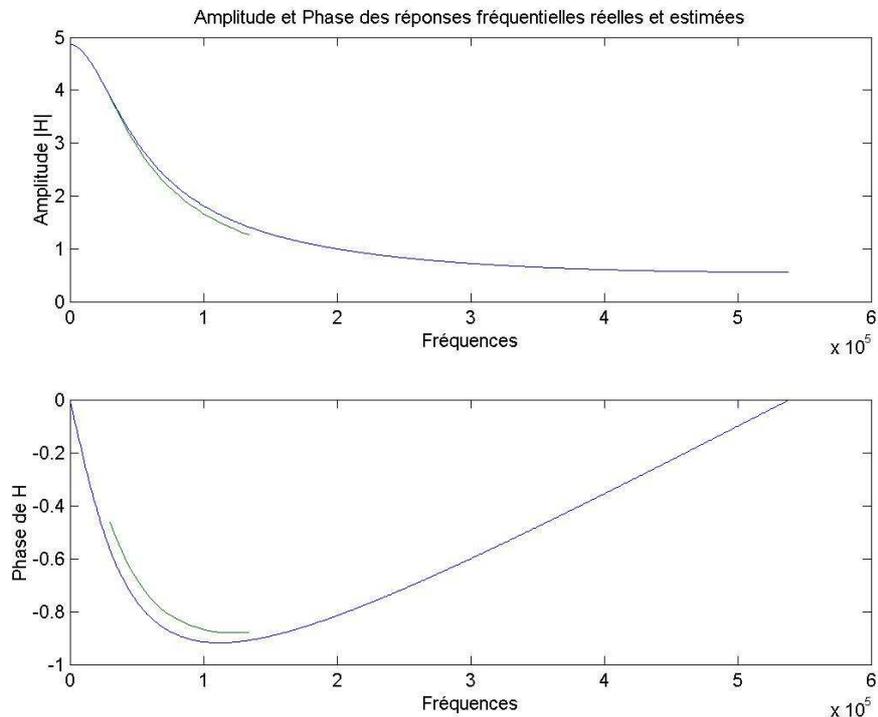
Nous remarquons que les valeurs estimées sont très proches des valeurs réelles. Cela explique le taux d'erreur quasi-nul.

Dans le cas critique des interférences entre symboles, nous avons :



Nous remarquons donc que l'estimée a encore une fois la même allure que la courbe réelle.

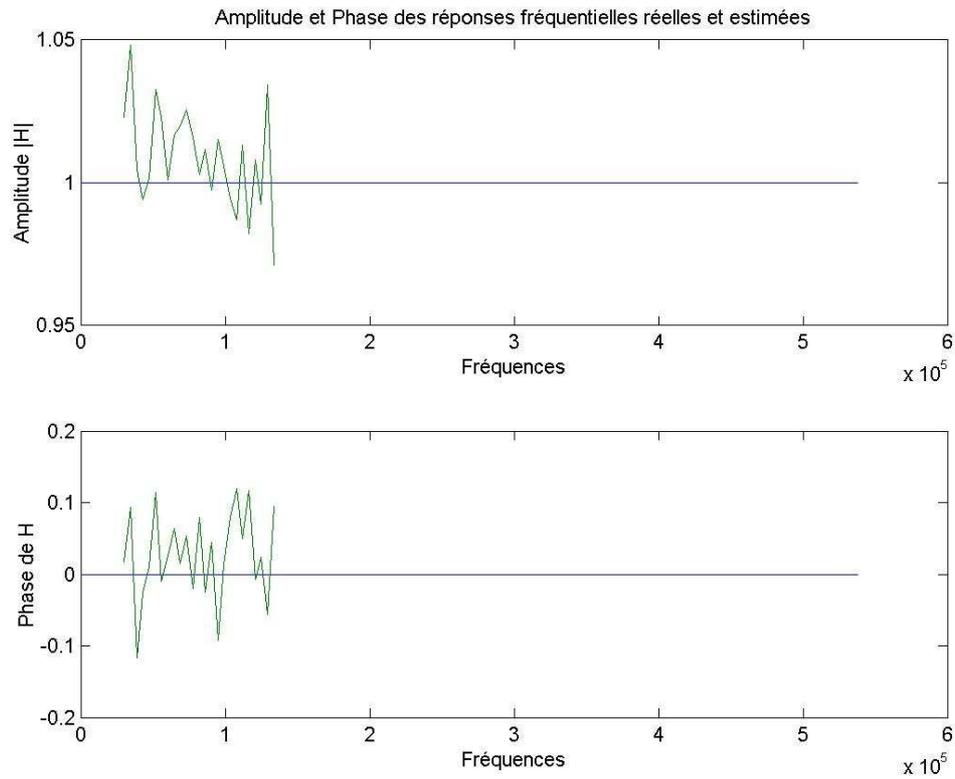
En revanche, dans le cas du canal réel, nous avons une erreur d'estimée :



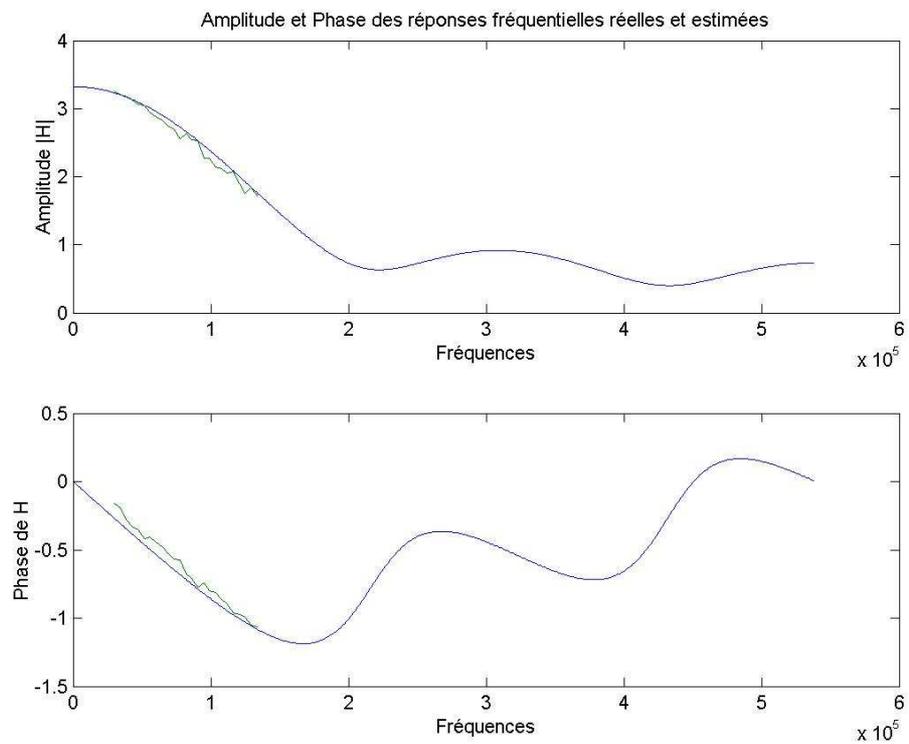
2. Cas avec bruit

Dans le cas avec bruit, nous obtenons quelques erreurs en réception (en faible nombre cependant). Les estimations restent satisfaisantes, puisque l'estimée garde la même allure globale que les courbes réelles.

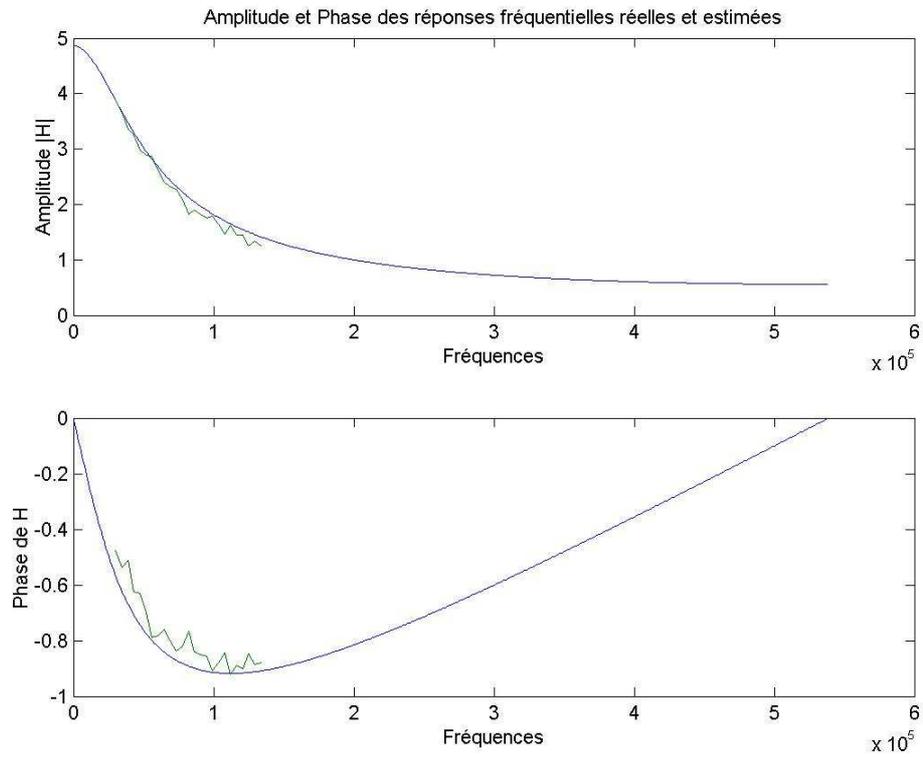
Avec le canal supposé parfait, nous obtenons :



Dans le cas critique des interférences entre symboles nous obtenons :



Et dans le cas du canal réel :



Pour conclure, nous pouvons manifestement adopter cette méthode d'évaluation des canaux par la suite : les résultats obtenus sont satisfaisants.

V) L'allocation dynamique des bits

Une fois l'évaluation des canaux réalisée, on peut calculer le nombre de bits à affecter à chaque canal.

Le nombre de bits alloués à chaque sous-porteuse est déterminé grâce à la technique du « *water pouring* ». Cette technique se base sur un débit binaire et une puissance totale d'émission fixés. Son principe est de répartir la puissance totale d'émission sur les sous-porteuses afin de maximiser la capacité de chaque canal. Puis, à partir de la puissance répartie sur chaque sous-porteuse, un certain nombre de bits est alloué à chaque canal. On procède finalement à quelques ajustements sur le nombre de bits alloués pour obtenir le débit fixé.

Vous trouverez ci-dessous les différentes étapes de l'algorithme appliqué au cas de l'ADSL. Son implémentation correspond à la fonction *repart_bits* fournie en annexe. Celle-ci prend en paramètres le nombre N de canaux utilisés, $h_{\text{moy_abs}}$ et noise_moy_abs qui sont chacun des vecteurs lignes de longueur N et qui correspondent respectivement au module au carré de la fonction de transfert et à la puissance du bruit.

1. 1^{ère} étape : la définition des paramètres

On définit les paramètres fixes :

- La puissance totale P_e
- Le débit bit à atteindre D
- La largeur de la bande de transmission W
- La probabilité d'erreur maximale p

Dans le cas de l'ADSL, on considère une puissance moyenne d'un watt par sous-porteuse, la puissance totale (somme des puissances de chaque sous-porteuse) correspond donc à N .

La largeur de bande d'un canal est de 4.3125 kHz. Le débit à atteindre s'écrit donc : $D=W*N*n$, avec n le nombre de bits envoyés en moyenne sur un canal. Le produit $N*n$ correspond alors à la taille moyenne d'une trame DMT.

Dans le cas de l'ADSL, le débit maximal en *upstream* est de 800 Kbps et celui en *downstream* est de 8192 Kbps. Il y'a au maximum $800/4.3125$ soit 186 bits dans une trame DMT en *upstream* et $8192/4.3125$ soit 1900 bits dans une trame DMT en *downstream*. Pour estimer un débit moyen, on suppose qu'on peut atteindre usuellement 85% du débit maximum. On considère donc qu'il y a en moyenne 159 bits transmis sur les 25 sous-porteuses utilisées pour l'*upstream* et que 1615 bits sont transmis sur les 225 sous-porteuses utilisées en *downstream*. On fixe ainsi une moyenne de 6 bits par sous-porteuse en *upstream* ($\approx 159/25$) et 7 bits par sous-porteuse pour le *downstream* ($\approx 1615/225$).

On peut donc définir :

- le débit moyen en *upstream* : $4312*25*6 \approx 646.8$ Kbps
- le débit moyen en *downstream* : $4312*225*7 \approx 6.8$ Mbps

Enfin, on fixe une probabilité d'erreur maximale de 10^{-7} .

2. 2^{ème} étape : mise en place des équations

La formule analytique de la probabilité d'erreur symbole P_{es} pour une modulation M-QAM, en présence d'un bruit blanc de densité spectrale $N_0/2$, peut être approximée par

$P_{es} \approx 4Q\left(\sqrt{\frac{3\varepsilon}{(M-1).N_0}}\right)$ avec ε l'énergie moyenne d'un symbole dans la constellation et Q la fonction d'erreur définie par :

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$$

On peut transposer ce calcul de probabilité d'erreur à celui d'un système DMT (composé de la somme de N modulations M-QAM) en l'appliquant à chaque sous-bande. On peut également exprimer cette probabilité en fonction de la puissance de bruit η_j , de la fonction de transfert H_j , et de la puissance P_j sur la sous-bande j grâce à la relation suivante :

$$\frac{\varepsilon}{N_0} = \frac{P_j |H_j|^2}{\eta_j}$$

Ainsi, on a :

$$P_{es} = 4Q\left(\sqrt{\frac{3P_j |H_j|^2}{(M_j - 1)\eta_j}}\right) \text{ avec } M_j \text{ la taille de la constellation utilisée dans le } j\text{-ème canal.}$$

$$\text{Posons } \Gamma^2 = \frac{3P_j |H_j|^2}{(M_j - 1)\eta_j}.$$

La probabilité d'erreur symbole P_{es} peut alors s'écrire : $P_{es} = 4Q(\Gamma)$.

Etant donné que cette probabilité p est fixée à 10^{-7} , Γ peut se calculer en résolvant l'équation : $Q(\Gamma) = \frac{P}{4}$.

Par ailleurs, la relation $\Gamma^2 = \frac{3P_j |H_j|^2}{(M_j - 1)\eta_j}$ nous permet d'exprimer la taille de la constellation utilisée dans le j -ème canal (M_j) en fonction de la puissance P_j de ce canal :

$$M_j = 1 + \frac{3P_j |H_j|^2}{\eta_j \cdot \Gamma^2}$$

Le nombre de bits k_j alloué à chaque sous-porteuse s'écrit alors :

$$k_j = \log_2(M_j) = \log_2\left(1 + \frac{3P_j |H_j|^2}{\eta_j \cdot \Gamma^2}\right)$$

Rappelons que le principe de l'algorithme est de maximiser le débit binaire atteint en respectant la condition $\sum_{j=1}^N P_j = P_e$.

L'expression du débit binaire est : $\text{débit} = \sum_{j=1}^N k_j \cdot W$.

La largeur W étant fixée, on cherche à maximiser $\sum_{j=1}^N k_j$ avec $\sum_{j=1}^N P_j = P_e$. Le problème se ramène donc à un problème d'optimisation sous contrainte. En effet, en notant $f(P_j)$ la fonction à maximiser et $g(P_j)$ sa contrainte d'égalité, nous avons :

$$\begin{cases} f(P_j) = \log_2(k_j) = \log_2\left(1 + \frac{3P_j |H_j|^2}{\eta_j \Gamma^2}\right) \\ g(P_j) = P_j - P_e - \sum_{i \neq j} P_i \end{cases}$$

En notant λ le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte, nous devons résoudre :

$$f'(P_j) - \lambda g'(P_j) = 0, \text{ ce qui s'écrit : } \frac{1}{1 + \frac{3P_j |H_j|^2}{\eta_j \Gamma^2}} \frac{3|H_j|^2}{\eta_j \Gamma^2} - \lambda = 0.$$

$$\text{Notons } \alpha = \frac{3|H_j|^2}{\eta_j \Gamma^2}.$$

L'équation précédente s'écrit alors : $\alpha - \lambda - \lambda \alpha P_j = 0$. Ainsi, $P_j = \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\alpha}$ et donc

$$P_j = \beta - \frac{\eta_j \Gamma^2}{3|H_j|^2}. \text{ La constante } \beta \text{ est ensuite calculée de telle sorte que } \sum P_j = P_e, \text{ ce qui}$$

$$\text{s'écrit : } N\beta - \sum_{j=1}^N \frac{\eta_j \Gamma^2}{3|H_j|^2} = P_e \quad \text{d'où} \quad \beta = \frac{1}{N} \left(P_e + \sum_{j=1}^N \frac{\eta_j \Gamma^2}{3|H_j|^2} \right) \quad \text{et}$$

$$P_j = \frac{1}{N} \left(P_e + \frac{\Gamma^2}{3} \sum_{j=1}^N \frac{\eta_j}{|H_j|^2} \right) - \frac{\eta_j \Gamma^2}{3|H_j|^2}.$$

3. 3^{ème} étape : calcul des puissances de chaque sous-porteuse

On calcule les puissances P_j de chaque sous-porteuse, à partir de l'équation établie à la deuxième étape :

$$P_j = \frac{1}{N} \left(P_e + \frac{\Gamma^2}{3} \sum_{j=1}^N \frac{\eta_j}{|H_j|^2} \right) - \frac{\eta_j \Gamma^2}{3|H_j|^2}$$

Pour chaque puissance P_j ainsi calculée, on fait un test de signe. S'il s'avère que celle-ci est négative, on annule la puissance de la sous-porteuse associée.

4. 4^{ème} étape : détermination du nombre de bits alloués à chaque sous-porteuse

On détermine les tailles M_j des constellations à partir de l'équation établie à la deuxième étape et des puissances P_j calculées à l'étape précédente:

$$M_j = 1 + \frac{3P_j |H_j|^2}{\eta_j \Gamma^2}$$

Puis on en déduit le nombre de bits k_j alloué à chaque sous-porteuse ainsi que le débit atteint :

$$k_j = \log_2(M_j) \quad \text{débit} = W \cdot \sum_{j=1}^N k_j$$

Nous pouvons vérifier mathématiquement que lorsque la puissance du j-ème canal est nulle, aucun bit ne lui est alloué (si $P_j = 0$, $M_j = 1$ et $k_j = 0$).

5. 5^{ème} étape : ajustement du débit obtenu par rapport au débit fixé (ajustement grossier)

Cette étape est une étape de vérification : on vérifie que les performances désirées peuvent être atteintes : il faut que le débit calculé à l'étape précédente soit supérieur au débit D initialement voulu. Si ce n'est pas le cas, c'est que la probabilité d'erreur maximale p fixée est trop faible. Il faut donc l'augmenter et refaire les calculs.

Dans le cas contraire (si le débit calculé est supérieur au débit D fixé), on essaie de se rapprocher le plus possible de ce débit D voulu.

Ainsi, si $\text{débit} - D \geq e.N.W$ avec e entier positif, alors on retire e bits à chaque sous-porteuse.

Par ailleurs, puisque l'ADSL utilise au maximum une modulation 256-QAM, le nombre de bits par sous-porteuse doit être limité à $K_{\max} = 8$ bits. Comme le nombre de bits attribué à chaque canal est un nombre entier, on va arrondir les k_j réels trouvés à leur entier le plus proche. Nous devons ainsi nous assurer que les éléments du vecteur d'allocation k soient compris entre 0 et 8,5 (non compris).

6. 6^{ème} étape : ajustement précis du débit

On cherche maintenant à atteindre plus précisément le débit D voulu. Pour cela on arrondit, dans un premier temps, les k_j calculés. Puis, on recalcule le débit réel à partir des arrondis.

On crée ensuite le vecteur *diff_bit* qui est l'écart entre le nombre de bits réel k_j calculé et son arrondi.

Si $\text{débit} < D$, on rajoute un bit à la sous-porteuse dont le coefficient *diff_bits* est le plus grand. En effet, pour que le débit effectif s'approche du débit fixé, on doit augmenter le nombre de bits alloués au total. Or, l'indice du maximum du vecteur *diff_bits* correspond au canal auquel on a retiré le plus de bits en approximant le nombre de bits calculé à son arrondi. On corrige donc en rajoutant un bit à ce canal.

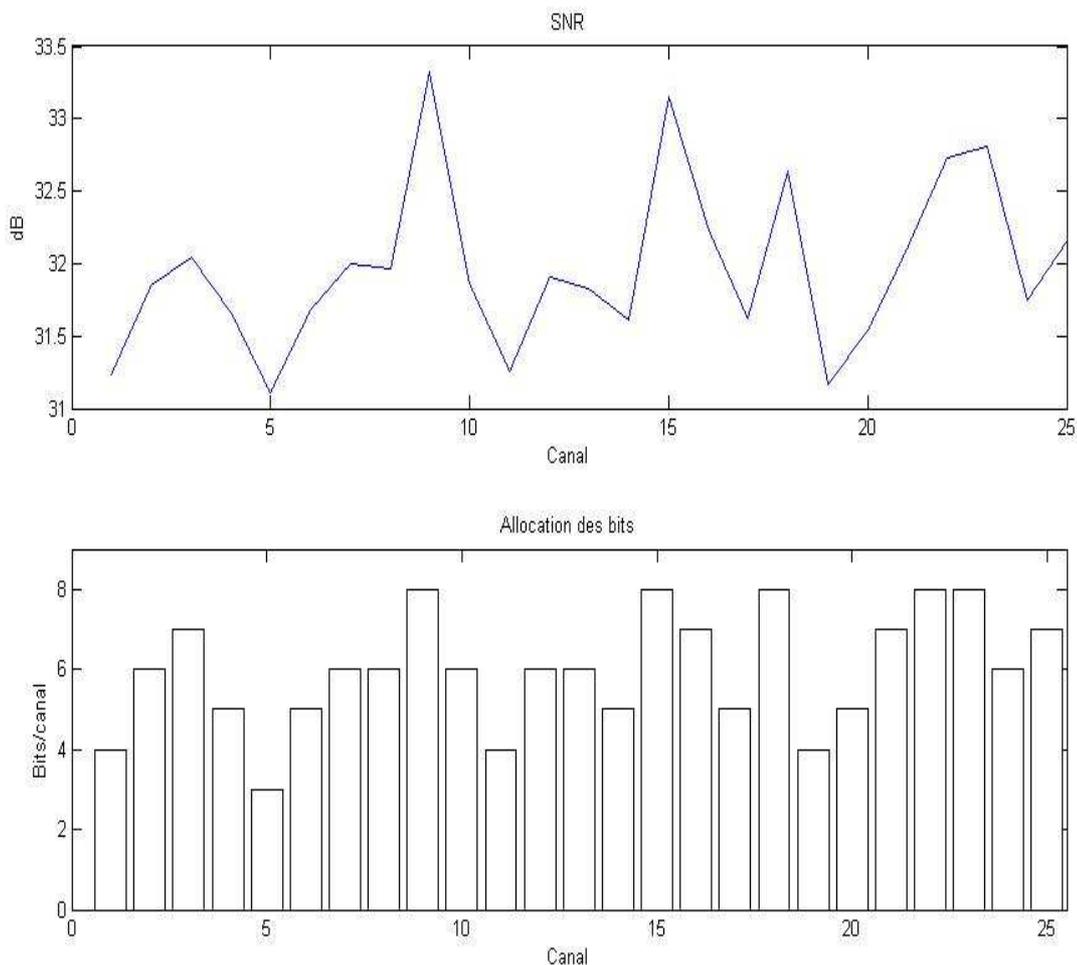
Si $\text{débit} > D$, on retire un bit à la sous-porteuse dont le *diff_bits* est le plus petit. Cette fois-ci, nous voulons diminuer le nombre de bits alloués. On retire donc un bit au canal auquel on a

ajouté le plus de bits lorsqu'on a approximé le nombre de bits alloués à son entier le plus proche.

On recalcule alors le débit atteint à partir du nouveau nombre de bits. On réitère cette étape jusqu'à ce que le débit calculé soit assez proche du débit fixé.

En pratique, il est très difficile d'obtenir au final un débit exactement égal au débit fixé. Ces débits étant de l'ordre du Mbps, on essaiera d'approcher le débit voulu à une centaine de bits/s près. De plus, comme nous voulons éviter d'avoir un vecteur d'allocation avec des composantes négatives ou supérieures à K_{\max} , avant de rajouter ou avant de retirer un bit à une sous-porteuse, on vérifie qu'on ne va pas enfreindre la limite inférieure de 0 bit ou la limite supérieure de 8 bits par sous-porteuse. Si c'est le cas, on va artificiellement modifier la composante *diff_bits* du canal sensible de provoquer un problème.

La figure ci-dessous montre un exemple de la répartition des bits dans chaque canal en fonction du RSB des canaux.



Nous voyons bien que le nombre de bits envoyés dans un canal est proportionnel à la qualité de celui-ci. L'algorithme du « *water pouring* » permet ainsi d'améliorer les performances de la ligne en optimisant le débit de chaque canal.

VI) Bilan humain

1. L'équipe

Le but de cette partie est de mettre en valeur les avantages et les difficultés liés au travail de groupe. Le travail en équipe n'est pas toujours simple et ne se limite pas seulement à réaliser les tâches demandées. En effet, il est important d'apprendre à accepter les différences des autres membres de l'équipe et il est nécessaire d'en tirer parti : ce sont ces différences qui font la qualité d'un groupe.

2. Le travail en groupe

a. Organisation du travail

Notre groupe étant composé de quatre personnes, il était important de communiquer efficacement, en particulier pour répartir les tâches et synchroniser les travaux réalisés en parallèle. Nous communiquions en permanence par mail (10 à 15 mails par jour) et nous organisons des réunions très régulières pour faire le point sur l'état d'avancement de chacun.

Au cours de notre progression, nous avons repéré différentes phases.

Tout d'abord nous avons fourni beaucoup de travail pour démarrer le projet et ainsi pouvoir obtenir nos premiers résultats. Le groupe a ensuite connu certaines difficultés en raison d'un manque d'informations sur certains sujets. Une fois cette phase traversée, nous avons finalement pu aboutir à des résultats concluants qui nous ont encouragé à terminer le projet.

b. Communication externe

Nous avons des réunions régulières avec notre suiveuse Mme Jardin qui nous permettaient non seulement de faire un point sur l'avancement du projet mais aussi de nous recadrer par rapport au sujet. A chaque réunion, de nouvelles consignes et instructions étaient données, ainsi que les corrections et les objectifs à atteindre avant le prochain rendez-vous.

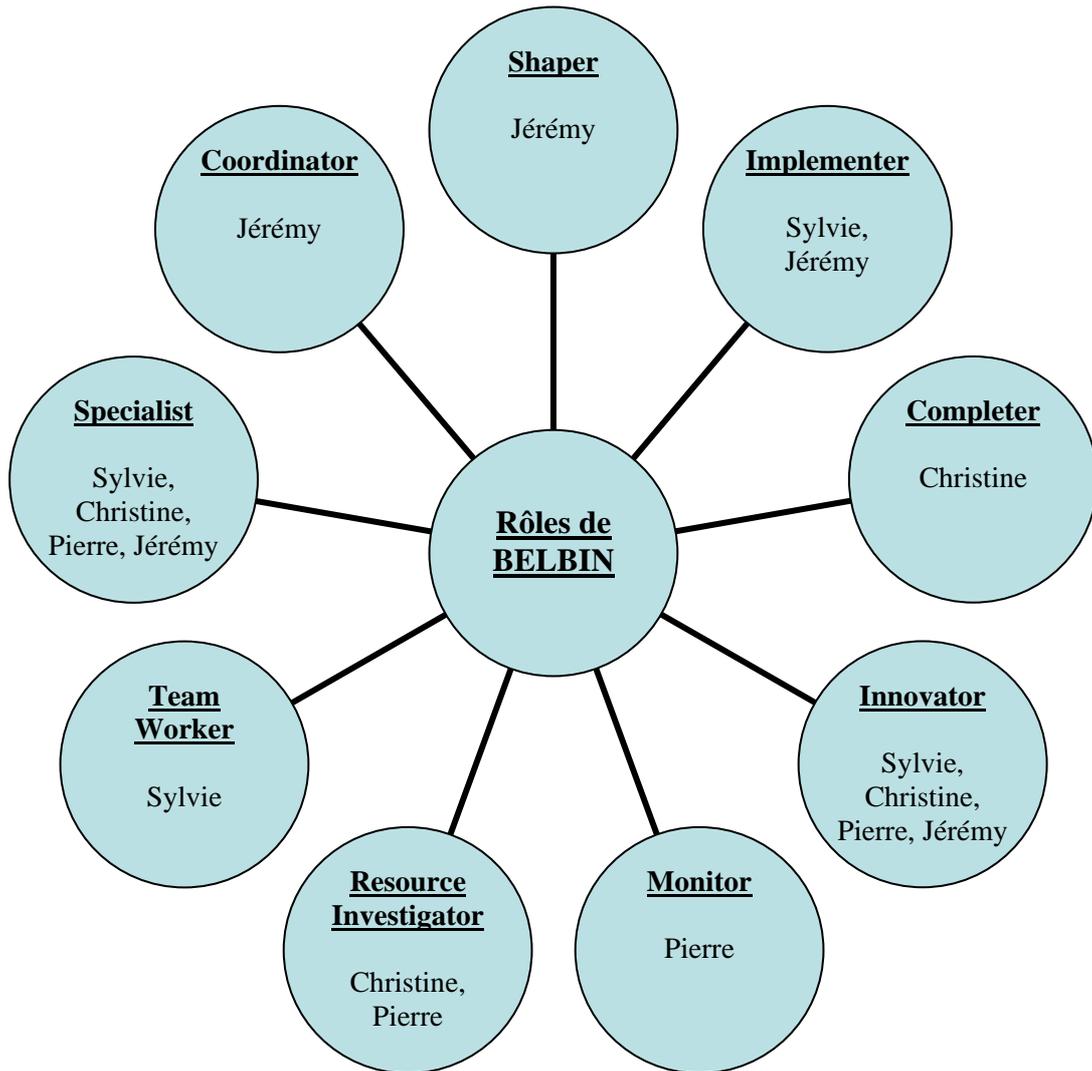
Par ailleurs, nous avons pris contact avec Mme Baudoin afin qu'elle nous éclaire sur certains points qui restaient obscurs, même après plusieurs heures de recherche. Il s'est avéré que ce rendez-vous a répondu à nos attentes, et nous a aidé à poursuivre le projet.

c. Rôles de Belbin

Comme pour tout projet, les membres de l'équipe doivent se répartir les rôles. Ces rôles peuvent être attribués à ceux qui les tiennent de manière naturelle, ou alors à ceux qui sont motivés pour les assumer.

En regardant les différents rôles de Belbin, nous nous sommes aperçus que dans notre groupe, aucun rôle n'a été imposé : ils étaient détenus naturellement par chacun. Le diagramme en étoile nous permet de remarquer que nous avons un groupe homogène.

Par ailleurs, nous avons dans l'équipe un seul « coordinator ». C'est une bonne chose car en présence de plusieurs coordinateurs, nous aurions dû faire face à des conflits.



3. Capitalisation

Il est important et intéressant de faire un bilan en fin de projet, afin d'en tirer les points positifs et les fautes commises. Cela nous permettra d'apprendre de nos erreurs et d'améliorer notre méthodologie de travail.

En débutant ce projet, nous n'avions que de vagues connaissances sur l'ADSL et sur l'environnement Matlab. Ce projet nous a permis de nous familiariser avec cet environnement et d'accroître nos connaissances sur les communications numériques. Entre autres exemples, nous avons étudié la théorie des modulations multi-porteuses que nous n'avions pas eu le temps de voir en cours.

Notons également que ce projet nous a permis de travailler en équipe avec des contraintes de temps et un cahier des charges, ce qui fut une expérience enrichissante et formatrice pour l'avenir, tant sur le plan humain que technique.

Cependant, nous avons rencontré au cours de ce projet certaines difficultés. Tout d'abord, la reprise du projet en Janvier n'a pas été facile, car il a été nécessaire de se réimprégner du sujet et des nombreux documents accumulés lors de la phase de recherches. Les cours de

communications numériques que nous avons suivi entre-temps nous ont facilité la compréhension des sources. Par ailleurs, l'équipe étant de taille importante pour un tel projet, nous avons eu du mal à répartir correctement les tâches au départ, ce qui a ralenti la reprise.

Finalement, nous avons beaucoup appris de ce projet, et tenterons de tirer les leçons de nos erreurs pour l'avenir.

Conclusion

Au terme de cette étude, nous avons mis en évidence le fabuleux défi technique que représente l'ADSL. Il y a encore 20 ans, qui aurait pu imaginer atteindre des débits de l'ordre du Mbps sur de simples paires torsadées, alors que le réseau analogique limitait les débits à 56kbps ? Les procédés et technologies mis en œuvre pour l'ADSL, tels que la DMT, ont permis de dépasser ces limites et sont aujourd'hui monnaie courante dans le secteur des transmissions numériques.

Une question se pose alors : est-on actuellement capable d'aller plus loin encore ? La réponse est affirmative. L'ADSL2+ repousse encore plus loin les limites des lignes en fixant la limite de fréquence exploitable à 2.2GHz, autorisant un débit maximum théorique de 25Mbps en *downstream* et de 1.2Mbps en *upstream* (contre 8092kbps et 800kbps respectivement pour l'ADSL).

Bibliographie

Présentation de l'ADSL et de ses principes :

<http://www.gel.usherbrooke.ca/gei500/cours/adsl.pdf>

Une introduction intéressante et instructive sur l'ADSL.

http://www.ece.utexas.edu/~bevans/courses/ee313/lectures/25_ADSL/lecture25.pdf

Survol de tous les grands principes de l'ADSL (DMT, QAM, Préfixe cyclique) qui seront vus plus en détail dans les documents ci-dessous. A noter la présence d'un schéma synoptique très complet.

<http://www.commentcamarche.net/technologies/adsl.php3>

Un lien intéressant pour la question des débits atteints sur les procédés xDSL.

QAM :

<http://christian.caleca.free.fr/modulation/>

On trouve sur ce site des explications sur la modulation QAM, qui permettent de comprendre rapidement le principe, pour ensuite pouvoir approfondir les connaissances acquises grâce au document ci-après.

<http://www.s2.chalmers.se/undergraduate/courses/ess140/doc/Handouts/qam-notes.pdf>

Des calculs et des explications très intéressantes sur la modulation QAM (calcul d'énergie, de probabilités d'erreur, données sur les constellations).

DMT :

http://deptinfo.cnam.fr/Memoires/LUSTEAU.Franck/Pages/Les_modulations_avancees.htm

Contient des informations sur le DMT, avec quelques calculs simples sur le débit maximum théorique. Information sur la relation entre RSB et chargement des canaux en bits, et l'ajustement des débits par canaux au cours de la transmission.

http://www.sce.carleton.ca/courses/sysc-5403/f04/dmttut0_02.pdf

Des explications plutôt complètes sur la technique DMT avec des études de cas sur la répartition des bits dans les canaux.

http://www.sce.carleton.ca/courses/sysc-5403/f04/adsl_std_I.pdf

http://www.sce.carleton.ca/courses/sysc-5403/f04/adsl_std_II.pdf

Un aperçu de la technique DMT qui aborde le problème de l'initialisation et de l'allocation des bits.

Evaluation des canaux et répartition des bits :

<http://www.univ-lille1.fr/bustl-grisemine/pdf/extheses/50376-2002-269-270.pdf>

Une thèse qui nous a été très utile, entre autres pour l'algorithme du water pouring et l'estimation du canal.