



Février 2005

# Projet I4

## *Simulation d'un modem ADSL sous Matlab*

Sylvie DANARADJOU, Jérémy HIRSCH,  
Christine NAY, Pierre THIBERT

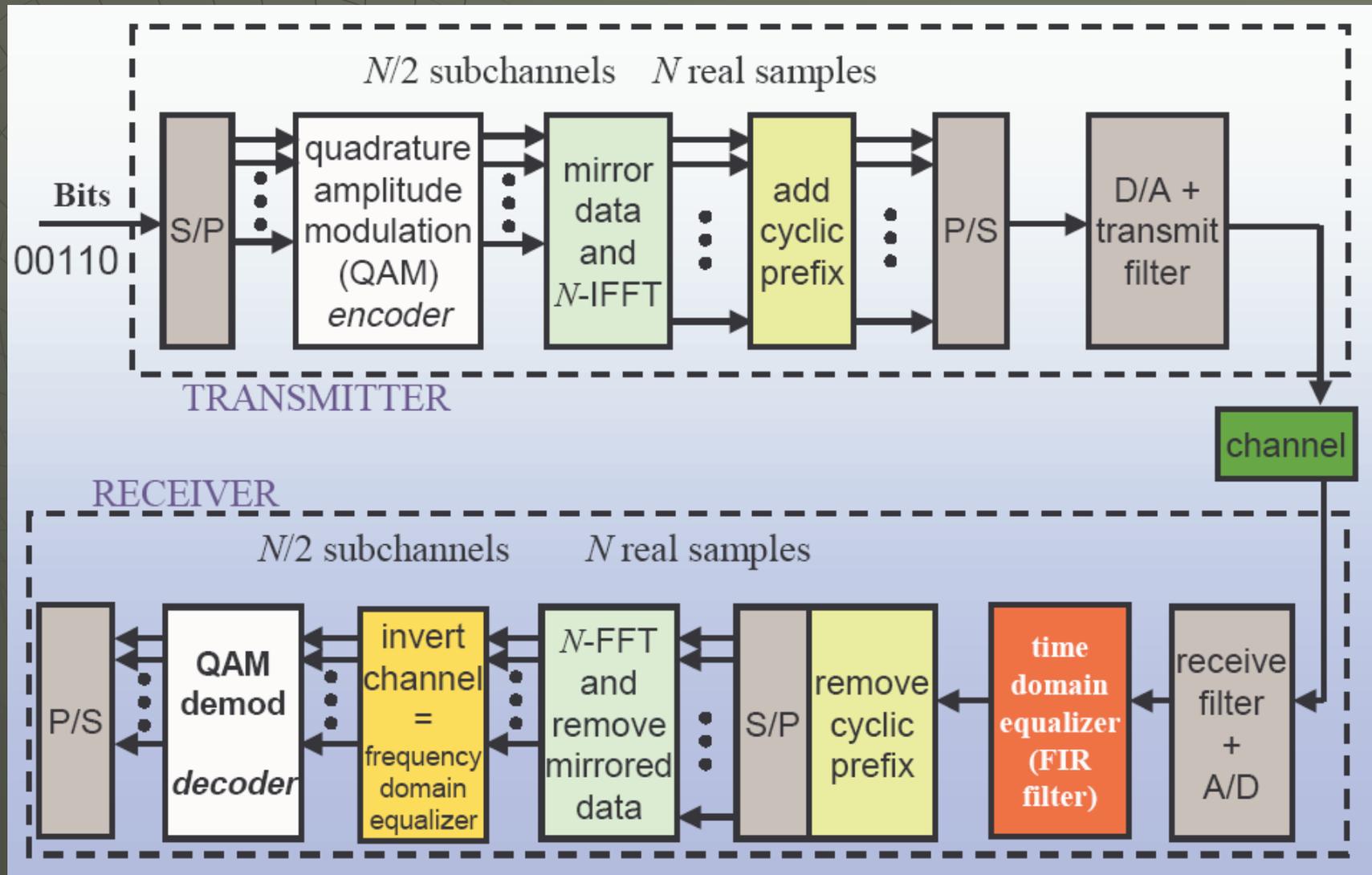


# Objectifs et cahier des charges

# Objectifs

- ◆ **Comprendre** la transmission ADSL
  - ◆ Côté émission
  - ◆ Côté réception
- ◆ **Implémenter** une simulation sous Matlab la plus réaliste possible
  - Pour cela, tenir compte des caractéristiques d'un **canal réel**

# Schéma synoptique d'une liaison ADSL



# Points-clés du cahier des charges

- ◆ Canal réel
- ◆ Évaluation des canaux
- ◆ Répartition des bits
- ◆ Mapping QAM
- ◆ Modulation DMT
- ◆ Démodulation
- ◆ Préfixe cyclique
- ◆ Égalisation



# Sommaire

- ◆ **Présentation de l'Internet et de l'ADSL**
- ◆ **Aspect technique**
  1. Description du système de transmission
  2. Le préfixe cyclique
  3. Caractéristiques du canal
  4. L'évaluation des canaux
  5. L'allocation des bits
- ◆ **Bilan humain**

# *Petite histoire de l'Internet...*

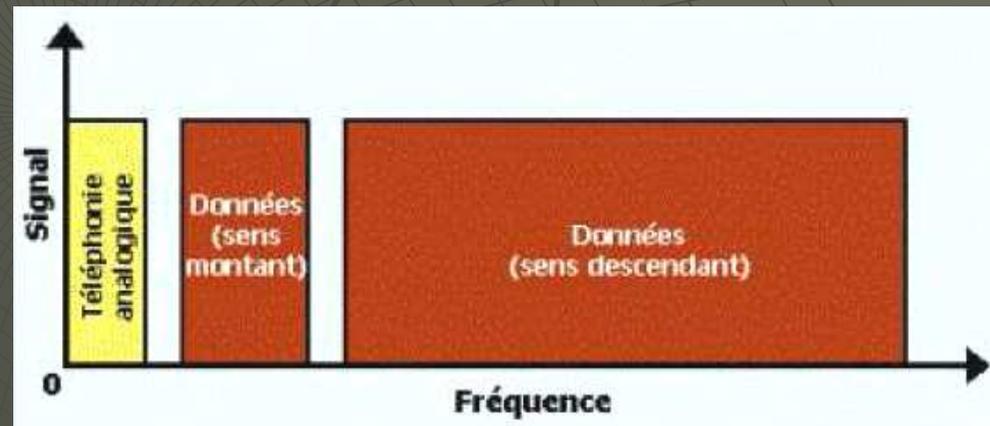
- ◆ 1962: Premières interconnexions
  - ◆ 1969: Arpanet
  - ◆ 1991: Naissance de l'Internet
  - ◆ 1992: 1 000 000 de stations
  - ◆ Début 2004: + de 400M d'utilisateurs
- ➔ **Explosion** de l'Internet

# Naissance de l'ADSL

- ◆ 1990-95: Mise au point de l'ADSL par le CNET
  - ◆ Contexte: **augmenter les débits** utilisateurs devant le développement grandissant des services internet
  - ◆ 1999: Commercialisation
- ➔ Rythme de **croissance record**: en 3an<sup>1/2</sup>, de 10M à 100M de lignes

# Principe de l'ADSL

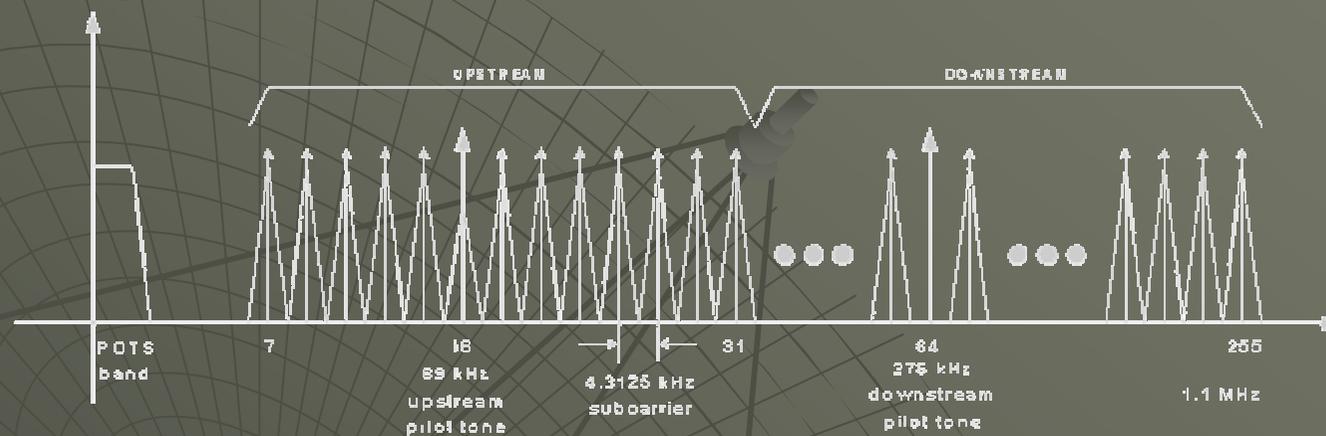
- ◆ Support: le **réseau téléphonique** existant
- ◆ Principe: **découpage** de la bande de fréquences disponible en canaux





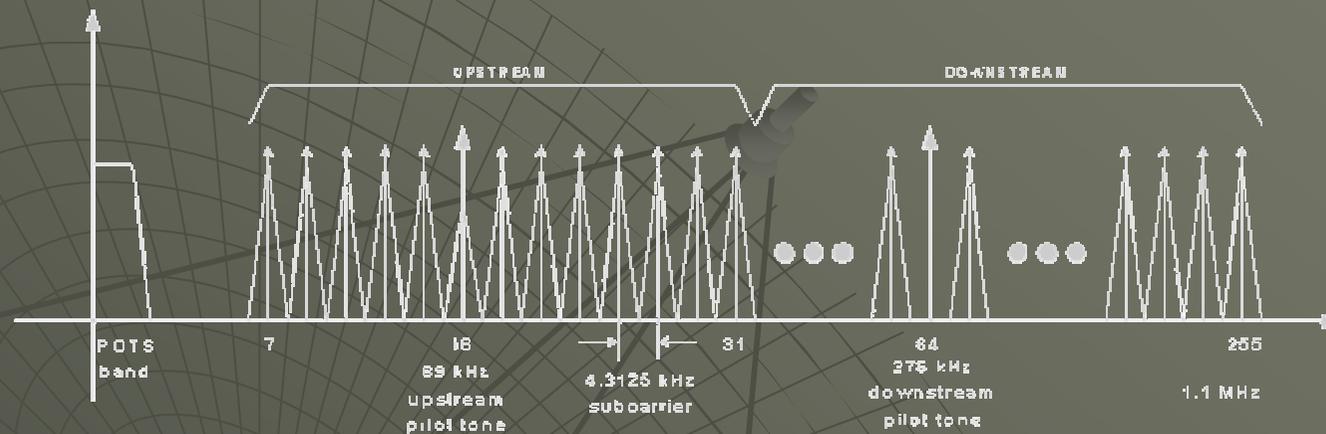
# Le procédé DMT

# Domaine fréquentiel utile (1)



- ◆ **Spectre:** 0 à 1.130MHz
- ◆ **Clé de la performance:** BP divisée en 256 canaux indépendants avec taux de charge adaptatif → 256 modems synchronisés qui se répartissent la transmission des données

# Domaine fréquentiel utile (2)



- ◆ Canaux 1-6: POTS + Bande de garde
- ◆ Canaux 7-31: **Upstream** (26-134kHz)
- ◆ Canaux 32-256: **Downstream** (134kHz-1.1MHz)
- ◆ A chaque **fréquence centrale** d'un canal est associée une **porteuse**

# Principes généraux sur les modulations multi-porteuses

- ◆ Données transmises sur un grand nombre de porteuses: **multiplexage en fréquence**
- ◆ Grande efficacité spectrale: porteuses **orthogonalisées**
- ◆ 2 exemples: **OFDM** et **DMT**

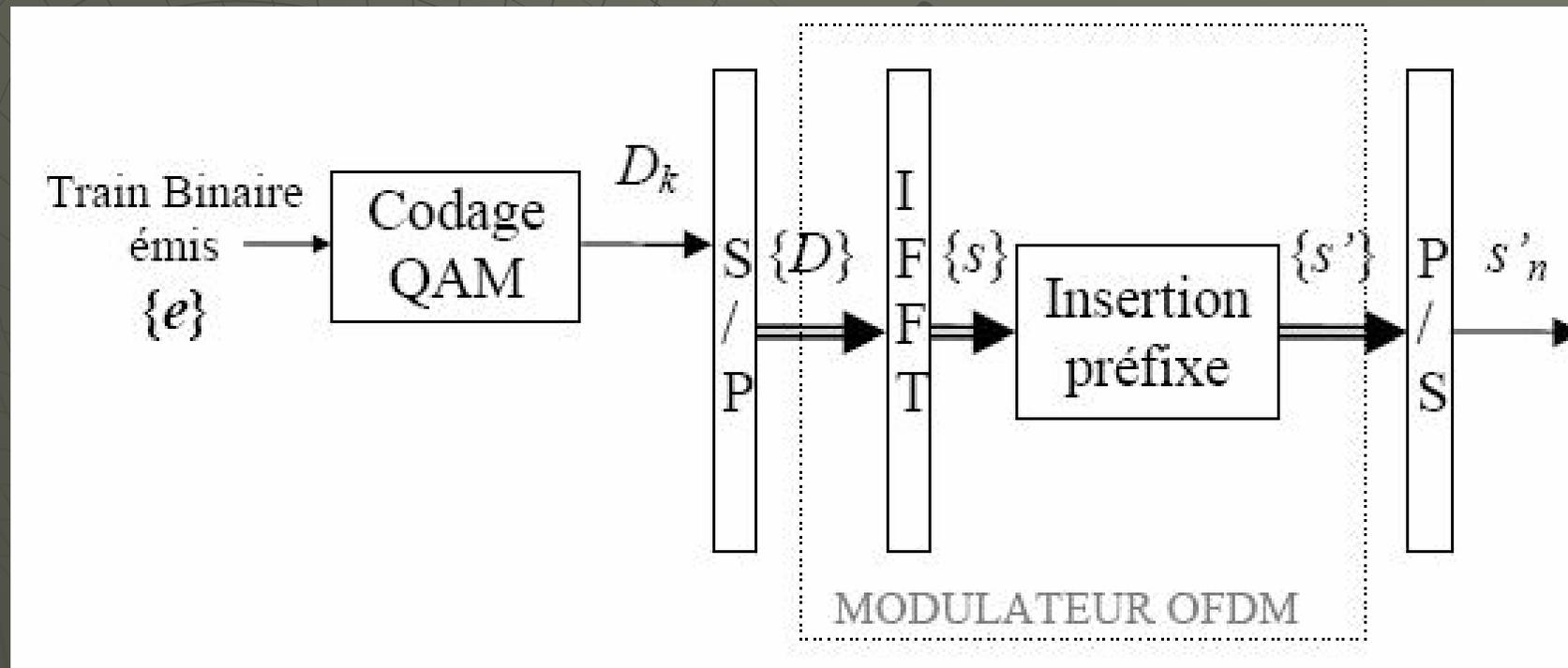
# OFDM

- ◆ Procédé de modulation qui consiste à répartir un train binaire à haut débit en N canaux orthogonaux à bas débit
- ◆ Débit binaire **constant**

# DMT

- ◆ Même principe que l'OFDM...
- ◆ ...MAIS le débit binaire est **adaptatif** et varie selon les canaux en fonction de leur qualité

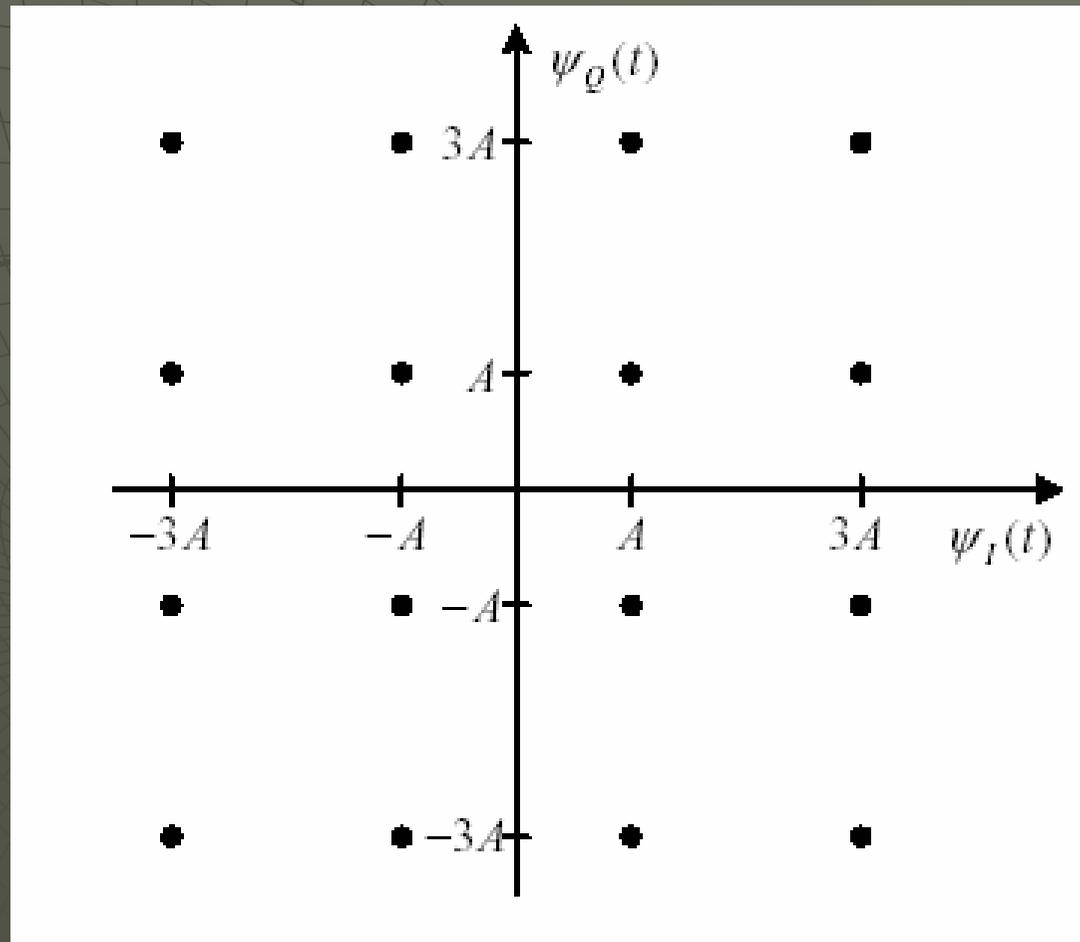
# La modulation



# Le codage QAM

- ◆ Mots de  $k$  bits  $\rightarrow$   $M$  symboles ( $M=2^k$ )
- ◆ Symboles représentés dans une constellation M-QAM
- ◆ Coordonnées complexes d'un symbole données par projection

# Exemple de constellation : 16-QAM



# Le module d'IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*) (1)

- ◆ Transmission de N sous-porteuses modulées en parallèle peu réaliste (N oscillateurs ???) → **IFFT**
- ◆ Sous-porteuses **orthogonales** modulées en M-QAM pendant une durée  $T_u$ :

$$s_k(t) = A_k \sin(2\pi f_k t + \phi_k) = \text{Im}(D_k e^{j2\pi f_k t})$$

$$f_k = \frac{k}{T_u}$$

$$D_k = A_k e^{j\phi_k}$$

- ◆  $D_k$  est le **symbole** associé à un point de la constellation M-QAM

# Le module d'IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*) (2)

- ◆ Sous-porteuses émises en parallèle  
→ **enveloppe complexe** du signal OFDM sur  $[0, T_u]$ :

$$s(t) = \sum_{k=1}^N D_k e^{j2\pi f_k t} = \sum_{k=1}^N D_k e^{j2\pi \frac{k}{T_u} t}$$

# Le module d'IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*) (3)

- ◆ **Echantillonnage:**  $T_e = T_u / N$

$$s(nT_e) = s(n) = \sum_{k=1}^N D_k e^{j2\pi \frac{k}{T_u} nT_e} = \sum_{k=1}^N D_k e^{j2\pi \frac{kn}{N}}$$

- ◆  $s(n)$  est le **symbole OFDM**
- ◆ L'ensemble  $\{s(n)\}_{1:N}$  de ces symboles constituera la **trame OFDM**

## Le module d'IFFT (*Inverse Fast Fourier Transform*) (4)

- ◆ On s'aperçoit que  $s(n)$  est, au facteur  $N$  près, l'**IFFT** des symboles  $D_k$  où  $k$  fait référence à la  $k$ -ème sous-porteuse
- ◆ En introduisant les symboles modulés M-QAM à transmettre dans un module d'IFFT, on obtiendra en sortie la **trame OFDM voulue**

# Transformation complexe/réelle

- ◆ Signal **complexe** en sortie d'IFFT donc impossible à transmettre!
- ◆ **Idée**: ajouter à la séquence des symboles modulés, la séquence miroir de leur complexe conjugué
  - Ex:  $D=(1+i,3-i) \rightarrow D'=(1+i,3-i,1-i,3+i)$

$$s'_n = \frac{1}{2N} \left[ \sum_{k=0}^{N-1} D'_k e^{j\pi \frac{kn}{N}} + \sum_{k=N+1}^{2N-1} D'_k e^{j\pi \frac{kn}{N}} \right]$$

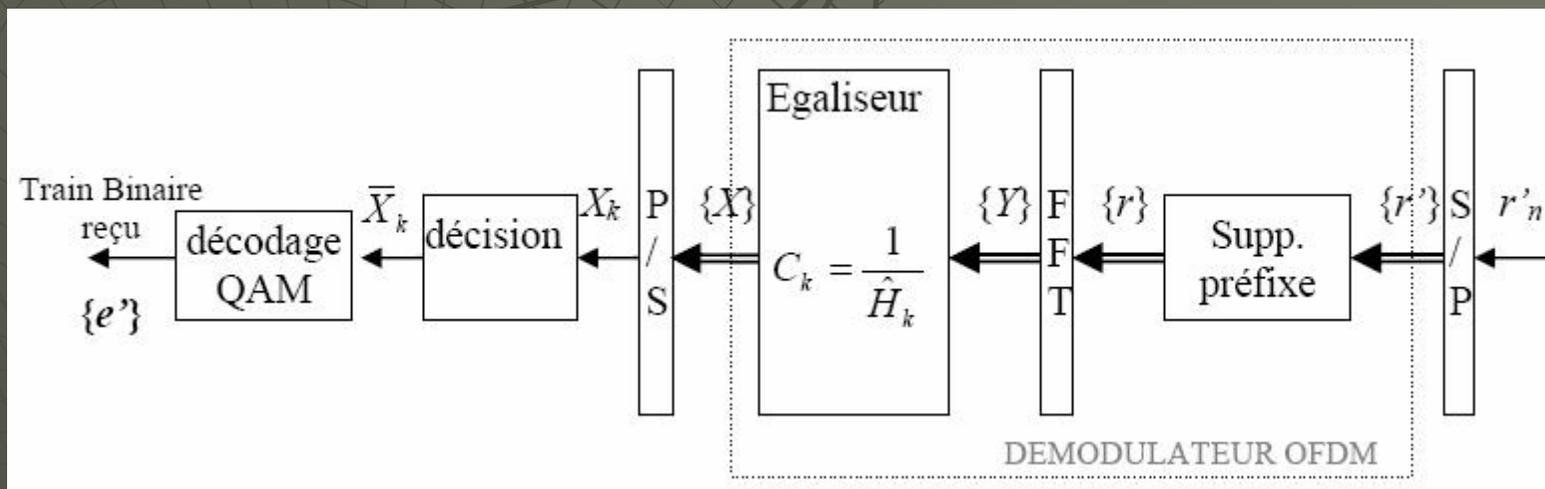
- ◆ Après IFFT, le signal est **réel**!

$$s'_n = \frac{1}{2N} \left[ \sum_{k=0}^{N-1} D_k e^{j\pi \frac{kn}{N}} + \sum_{t=1}^{N-1} D_t^* e^{-j\pi \frac{nt}{N}} \right] = \frac{1}{N} \operatorname{Re} \left( \sum_{k=1}^{N-1} D_k e^{j\pi \frac{kn}{N}} \right)$$

# Insertion du préfixe cyclique

- ◆ Comportement multi-trajets du canal  
→ interférences entre symboles
- ◆ Pour remédier à ce problème, on insère entre deux trames OFDM un intervalle de garde dont la durée doit être supérieure au retard maximum des signaux issus des trajets indirects : c'est le préfixe cyclique

# La démodulation



# Les étapes de la démodulation

- ◆ Suppression du préfixe cyclique
- ◆ FFT
- ◆ **Egalisation**
- ◆ Décodage QAM

# L'égalisation (1)

- ◆ A la transmission, le signal est convolué à la réponse impulsionnelle du canal :  
$$r(t) = h(t) \otimes s(t) + n(t)$$
$$R(f) = H(f) \times S(f) + N(f)$$
- ◆ Equations valables dans ce cas discret car le signal est rendu périodique par le PC

## L'égalisation (2)

- ◆ Symbole reçu sur la  $k$ -ème sous-porteuse après FFT :  $X_k = H_k \times D_k + N_k$
- ◆ Pour retrouver  $D_k$ , il faut introduire à la suite du module de FFT un égaliseur formé de  $N$  multiplieurs dont les coefficients  $C_k$  seront donnés par l'évaluation des coefficients  $H_k$  de la ligne :
$$C_k = \frac{1}{H_k^{eval}} \quad k \in [1, N]$$



# Le préfixe cyclique

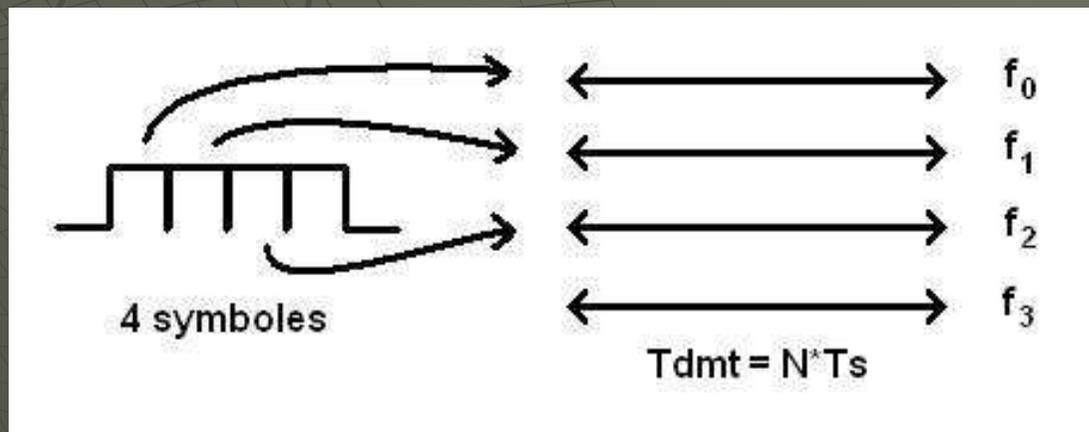
# Interférences dans le canal

- ◆ **Perturbations** entraînant de mauvaises interprétations des symboles ➔ erreurs
- ◆ **2 types** d'interférences
  - ◆ Entre sous-porteuses
  - ◆ Entre trames
- ◆ Méthodes d'annulation

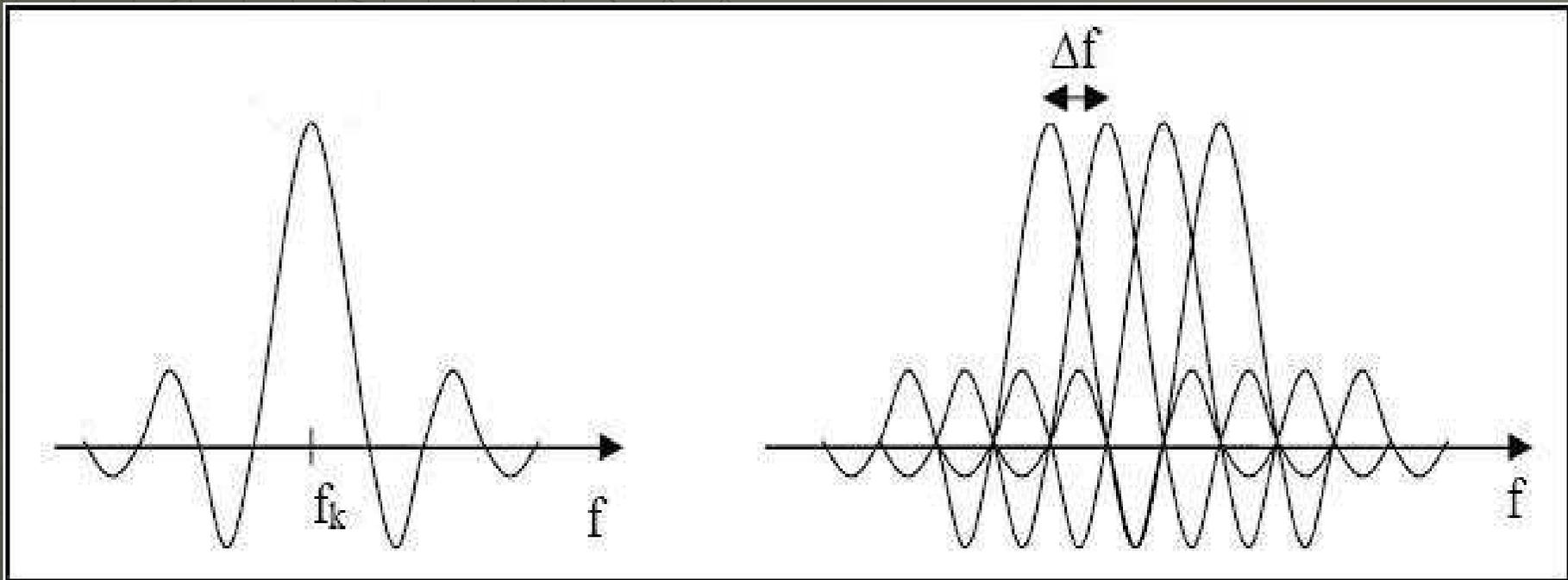
# Interférences entre sous-porteuses (1)

Propriété fondamentale: l'orthogonalité

$$\int_a^b f(t).g(t)dt = 0$$



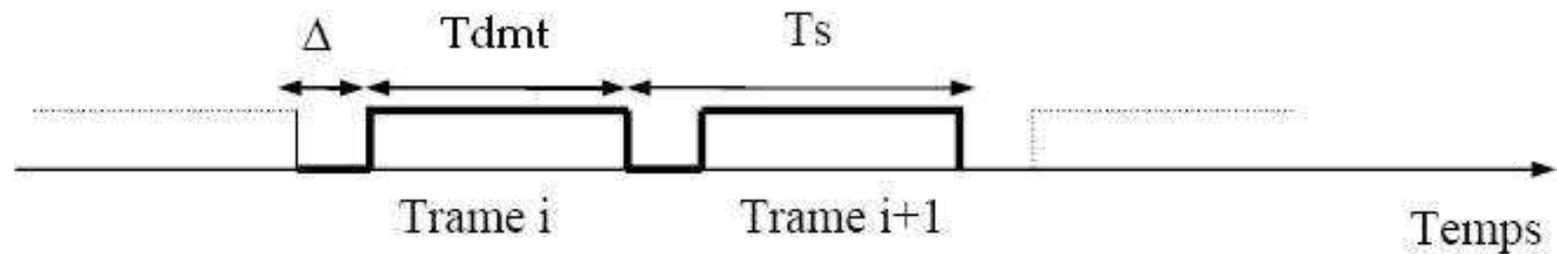
# Interférences entre sous-porteuses (2)



Valeur choisie:  $\Delta f = \frac{1}{T_{dmt}}$

# Interférences entre trames

- ◆ Passage dans le canal:
  - Trajets **directs**
  - Trajets **indirects**, dus aux échos

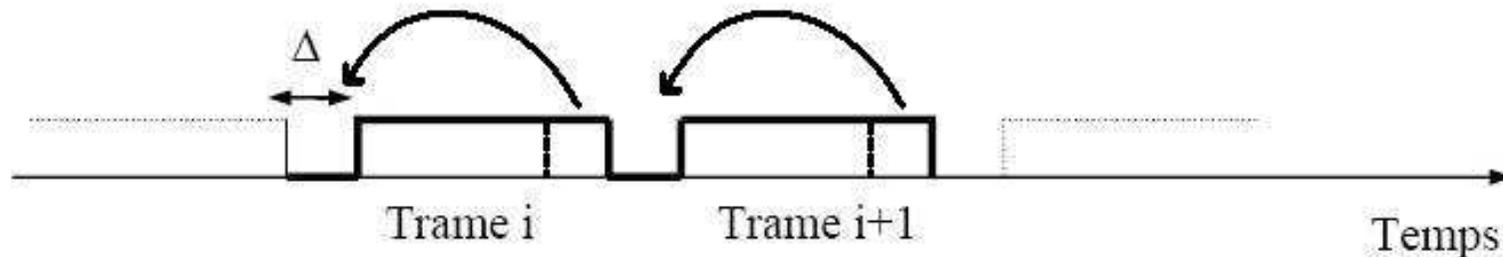


# Le préfixe cyclique

Théorème de la convolution:

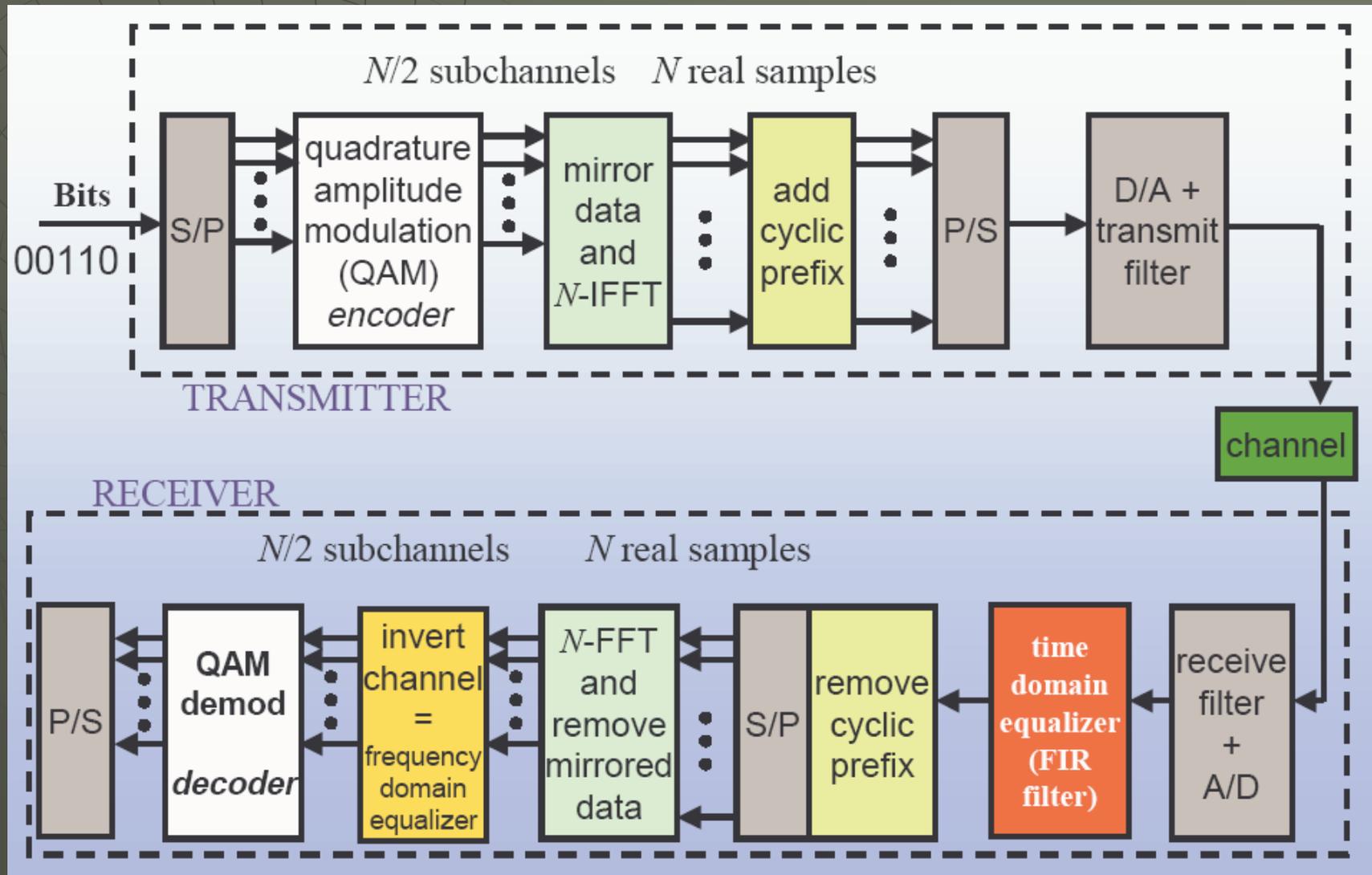
$$x(n) \otimes h(n) \xrightarrow{\text{FFT discrète}} X(f)H(f)$$

*Hypothèse: périodicité du signal*



Solution: recopiage des P derniers échantillons

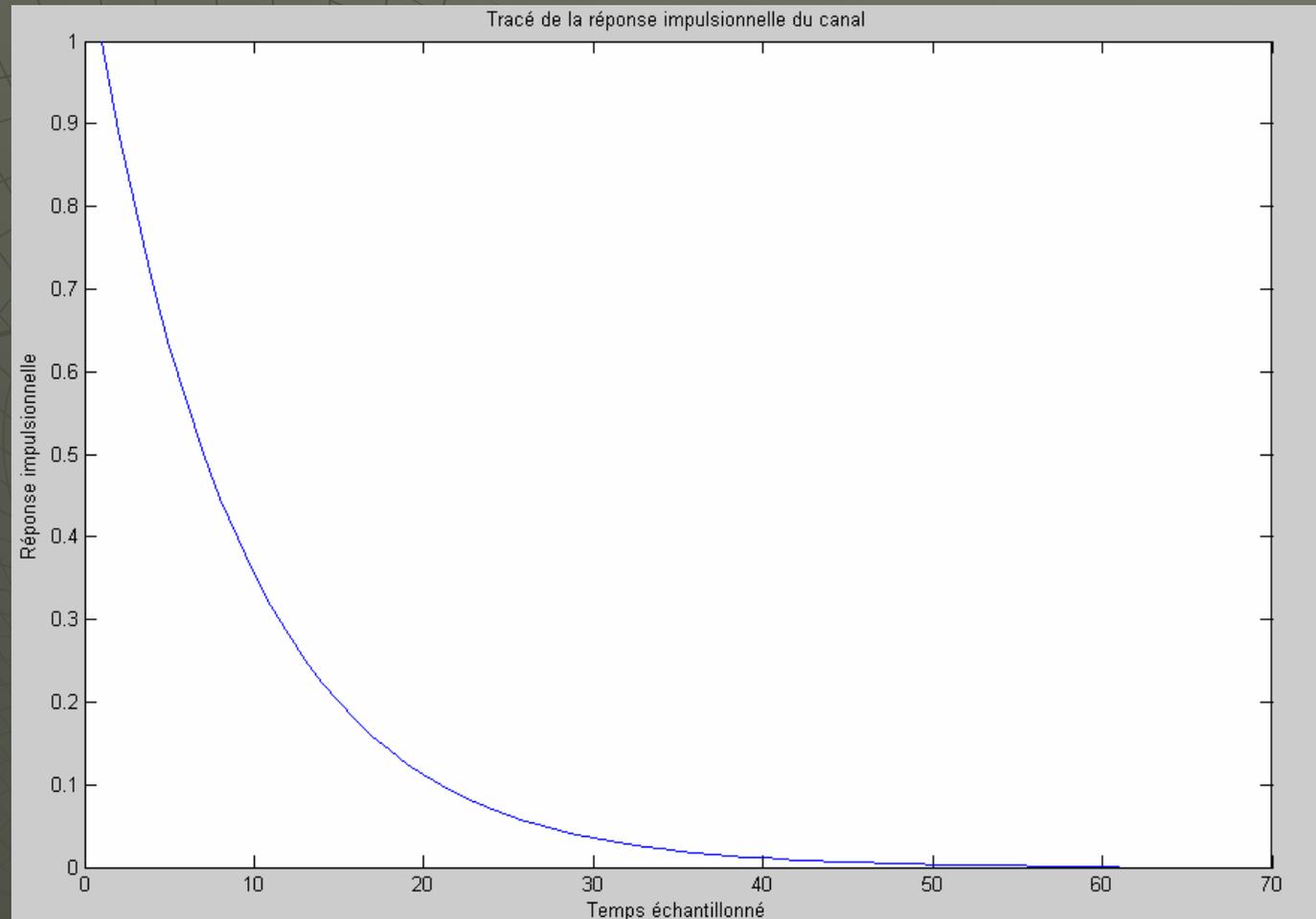
# Schéma synoptique d'une liaison ADSL





# Modélisation du canal

# Allure du canal



# La réponse impulsionnelle

- ◆  $h(t) = \exp(-\alpha * t)$

- ◆ Notons :

$T_e$  la période d'échantillonnage et  
 $v$  la longueur du préfixe cyclique

Le coefficient  $\alpha$  est calculé de  
telle sorte que :

$$h(v * T_e) \sim 0$$

pour simuler les interférences entre  
symboles à la réception

# Modélisation du bruit

- ◆ Bruit coloré dont la densité spectrale diminue exponentiellement avec la fréquence
- ◆ Pour la simulation, nous avons ajouté une composante de bruit blanc sur chaque échantillon du signal après convolution par la fonction de transfert



# L'évaluation des canaux

# Principe de l'estimation du canal

- ◆ Canal stationnaire
- ◆ Une seule estimation
- ◆ Rapport Signal à bruit

$$RSB_k = \frac{P_s |H_k|^2}{P_b}$$

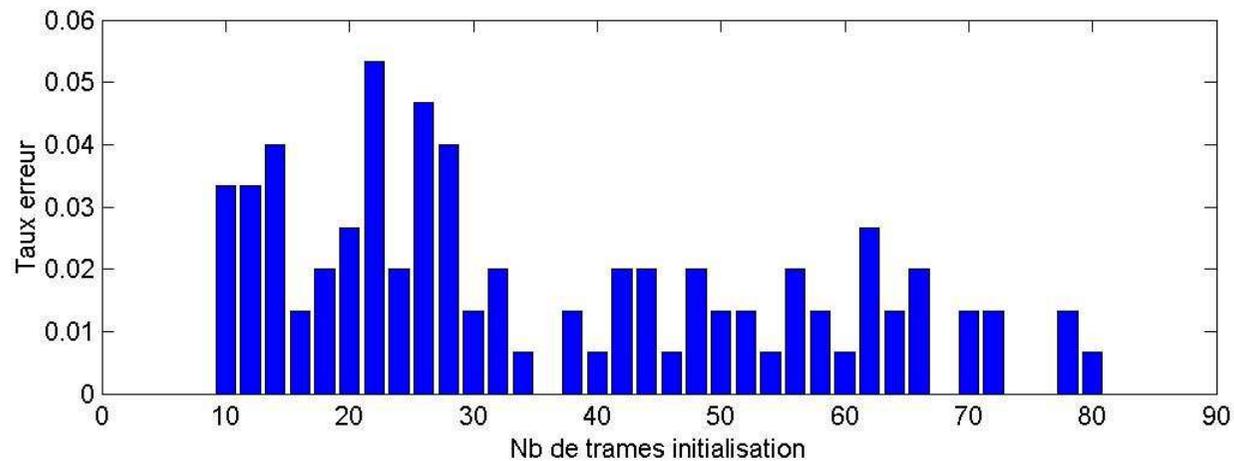
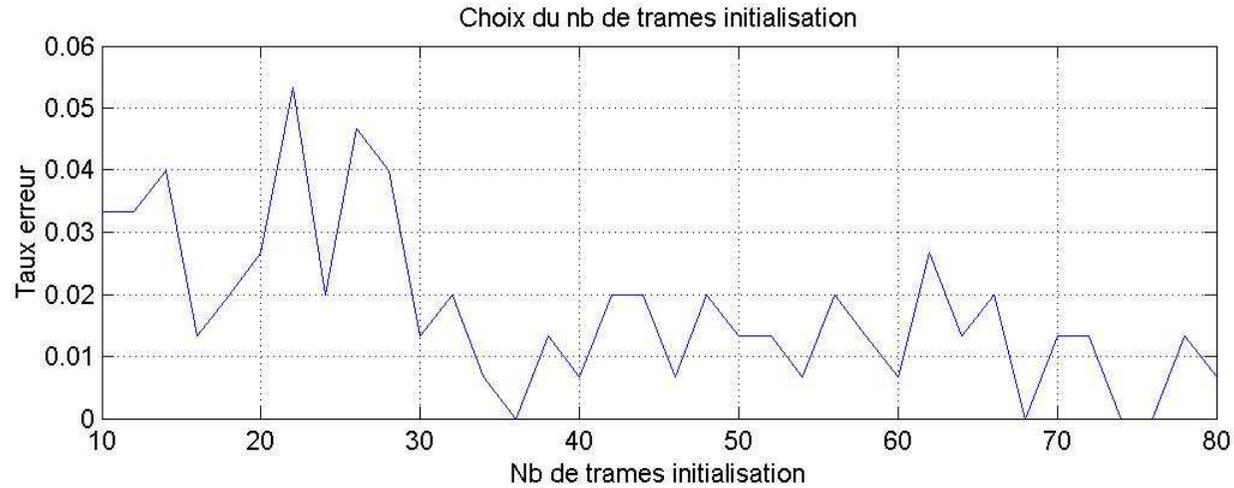
- ◆ H fréquentielle

$$\hat{H}_k = \frac{1}{N_{init}} \sum_{t=1}^{N_{init}} \frac{Y_{t,k}}{D_{t,k}}$$

- ◆ Bruit

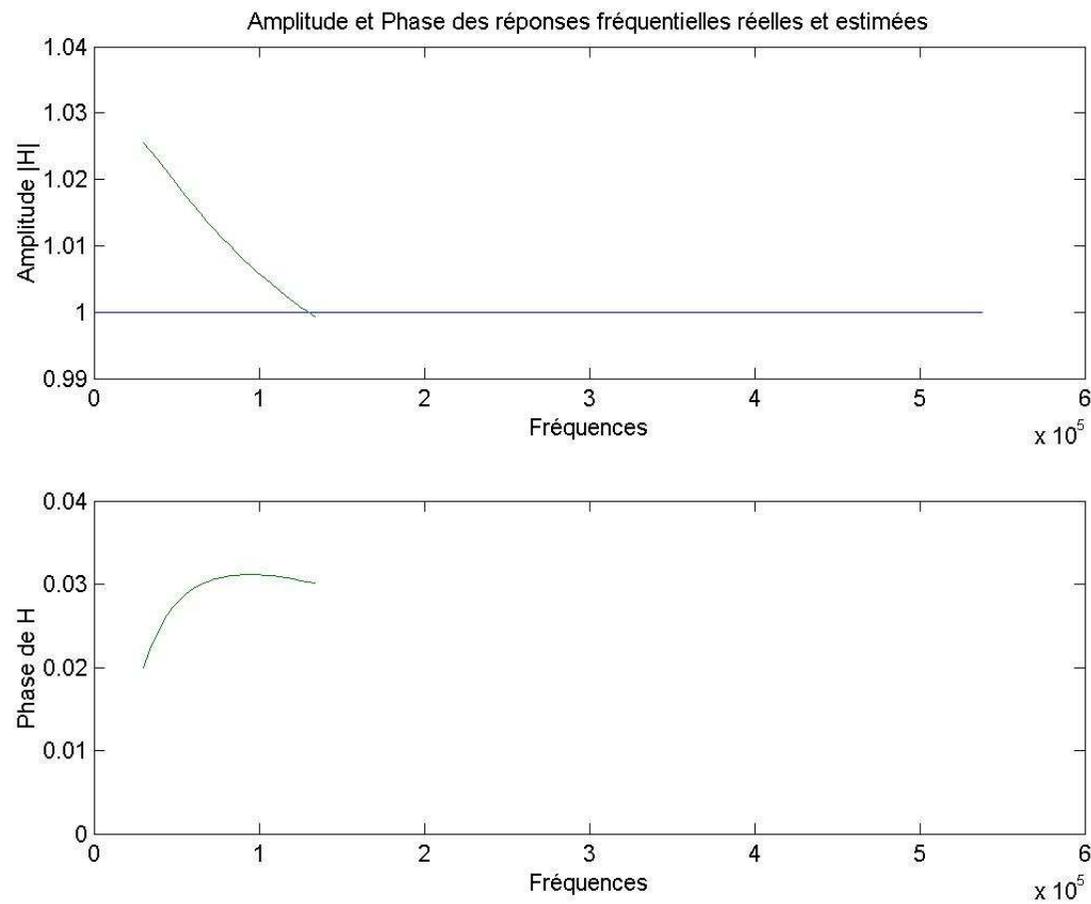
$$\hat{N}_k = \frac{1}{N_{init}} \sum_{t=1}^{N_{init}} \left( Y_{t,k} - \hat{H}_k \cdot D_{t,k} \right)$$

# Nombre de trames d'initialisation

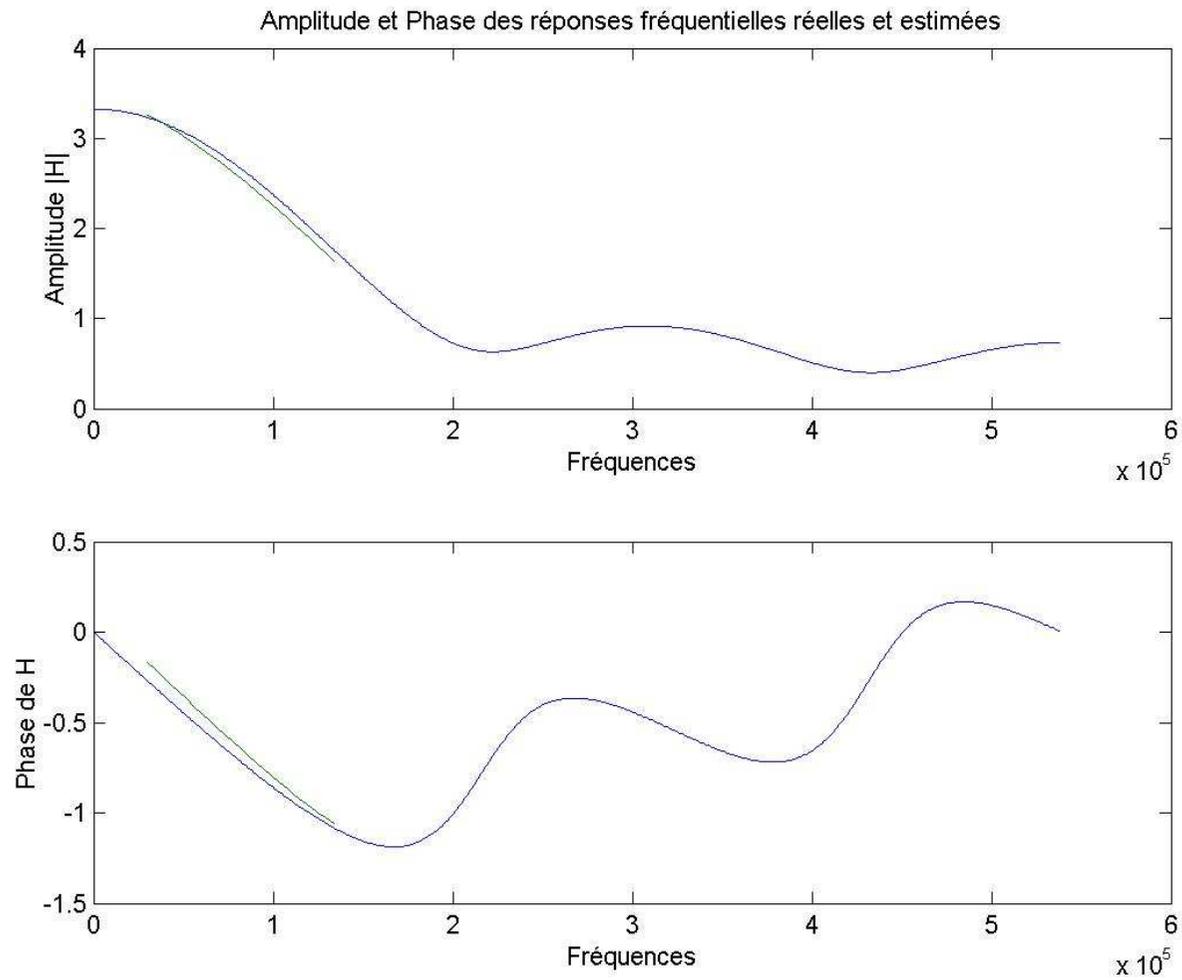


# Résultats des estimations de H

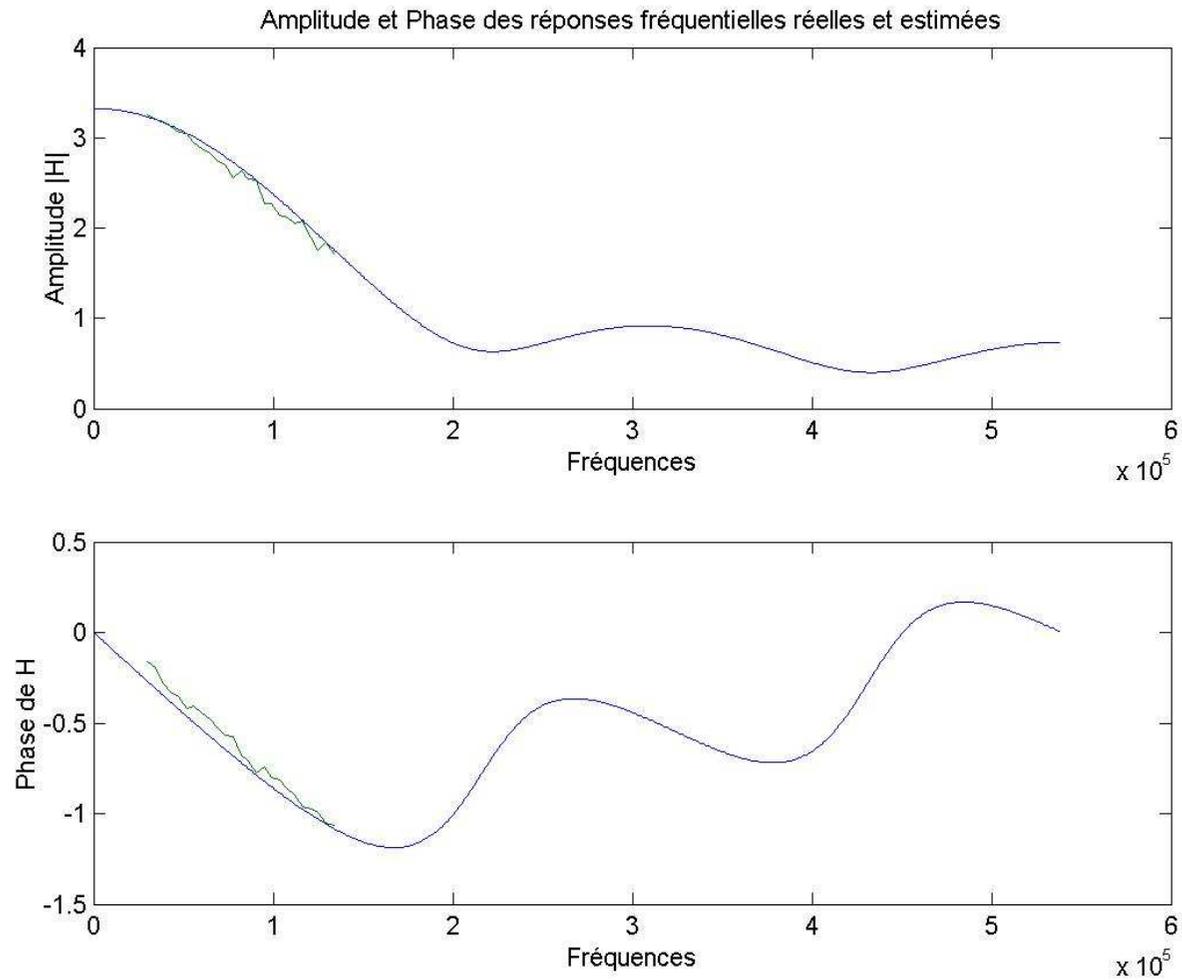
- ◆ Cas idéal sans bruit



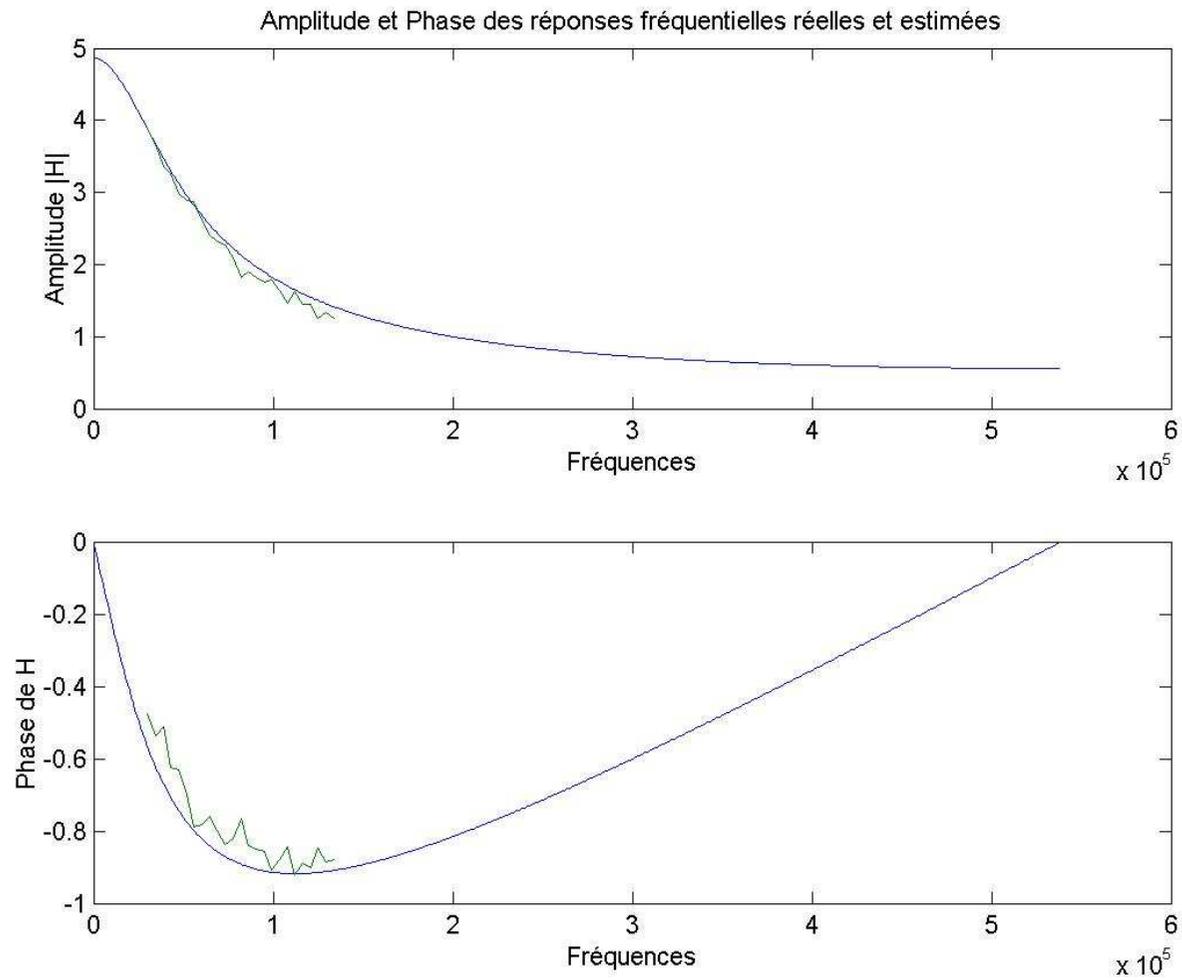
# ◆ Cas d'un canal critique sans bruit



# ◆ Cas d'un canal critique avec bruit



# ◆ Cas d'un canal réel avec bruit



# L'allocation dynamique des bits :

La méthode du  
« *water pouring* »

# Principe de l'allocation des bits

- ◆ Allocation dynamique des bits sur chaque sous-porteuse en fonction de la qualité du canal

# Mise en place de l'algorithme : paramètres à fixer

- ◆ Probabilité d'erreur symbole maximale:  $10^{-7}$
- ◆ Débit binaire = largeur de bande \* nombre de canaux \* nombre moyen de bits par sous-porteuse
- ◆ Puissance totale d'émission  
 $P_e = \sum (\text{Puissances de chaque sous-porteuse})$

# Résultat à atteindre

- ◆ Un vecteur dont la  $i$ -ème composante correspond au nombre de bits alloués au  $i$ -ème canal
- ◆ Nombre de bits proportionnel à la qualité du canal
- ◆ Nombre de bits entier et borné: pour l'ADSL, la taille maximale de la modulation QAM utilisée est de 256
- ◆  $0 \leq$  nombre de bits par sous-porteuse  $\leq 8$
- ◆ Un débit binaire proche du débit fixé

# Mise en place des formules utilisées dans l'algorithme (1)

- ◆ Erreur symbole fixée =  $10^{-7}$
- ◆ Pour une modulation M-QAM

$$P_{es} = 4Q\left(\sqrt{\frac{3P_j |H_j|^2}{(M_j - 1)\eta_j}}\right)$$

$P_j$

Puissance du j-ème canal

$M_j$

Constellation QAM du j-ème canal

$\eta_j$

Puissance de bruit du j-ème canal

$H_j$

Fonction de transfert du j-ème canal

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{(-t^2/2)} dt$$

# Mise en place des formules utilisées dans l'algorithme (2)

- ◆ Notons

$$\Gamma^2 = \frac{3P_j |H_j|^2}{(M_j - 1) \cdot \eta_j}$$

- ◆ Relation en entre  $P_j$  et  $M_j$ :

$$M_j = 1 + \frac{3P_j |H_j|^2}{\eta_j \cdot \Gamma^2}$$

- ◆ On obtient  $P_j$  en optimisant le débit binaire sous la contrainte:  $P_e = \sum(\text{Puissances de chaque sous-porteuse})$

# Ajustement des résultats obtenus

- ◆ On détermine le nombre de bits par sous porteuse:

$$k_j = \log_2(M_j)$$

- ◆ Problème : les  $k(j)$  sont réels
- ◆ Si  $k(j) < 0$ ,  $k(j) = 0$  et si  $k(j) > 8$ ,  $k(j) = 8$
- ◆ Les  $k(j)$  sont arrondis à l'entier inférieur ou supérieur selon les cas

# Ajustement du nombre de bits alloués pour obtenir le débit voulu

- ◆ Création du vecteur :  
$$diff\_bits = k(j) - round(k(j))$$
- ◆ Exemple :
  - $k(j) = 4.7$     $diff\_bits(j) = -0.3$  (faible)
  - $k(j) = 5.4$     $diff\_bits(j) = 0.4$  (élevé)
- ◆ Si débit obtenu < débit fixé on rajoute un bit à la sous-porteuse dont le *diff-bits* est le plus grand
- ◆ Si débit obtenu > débit fixé on retire un bit à la sous-porteuse dont le *diff-bits* est le plus petit

# Résumé des étapes de l'algorithme

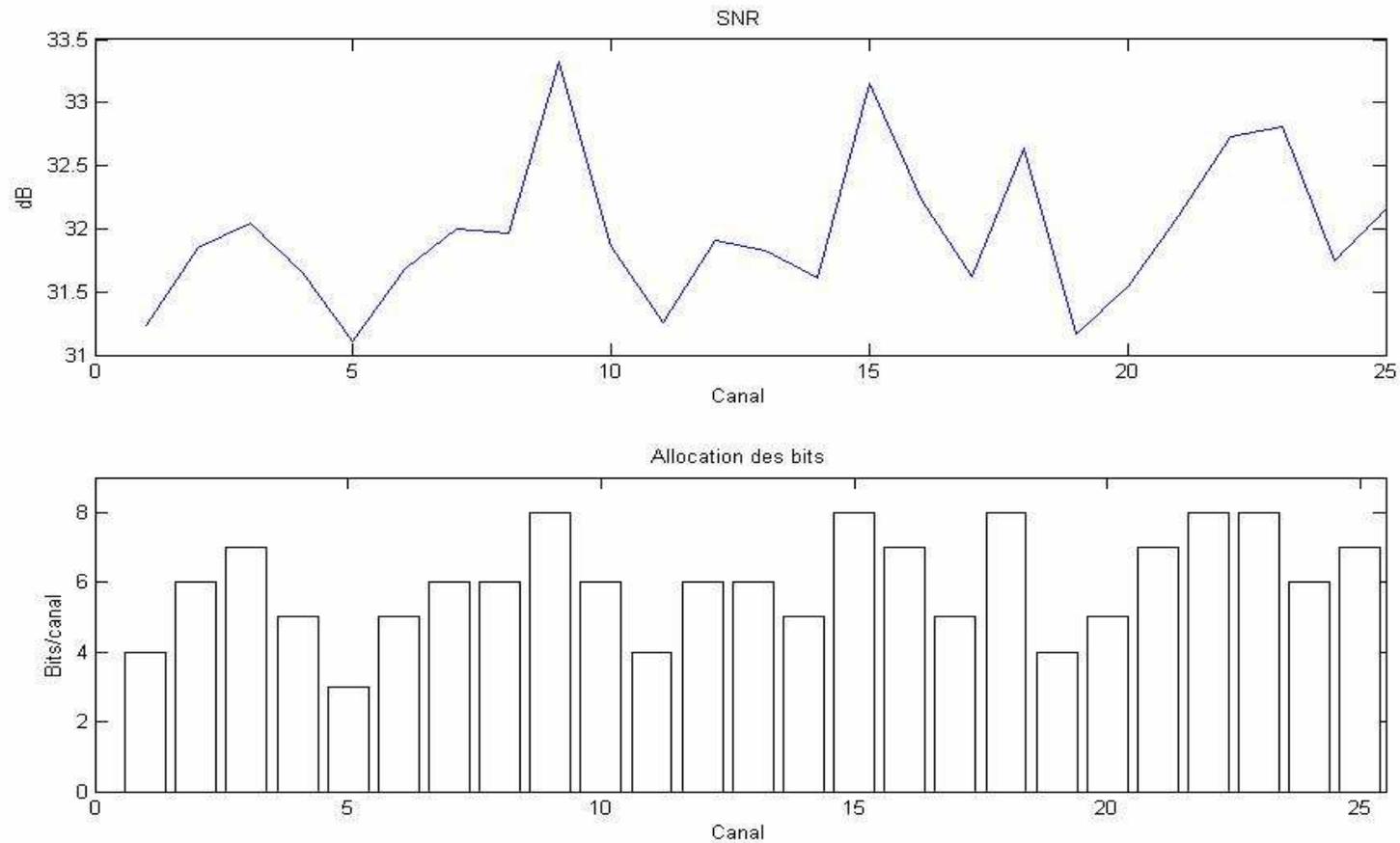
Initialisation des paramètres: puissance d'entrée  $P_e$ , débit binaire  $D$ , probabilité d'erreur  $p$

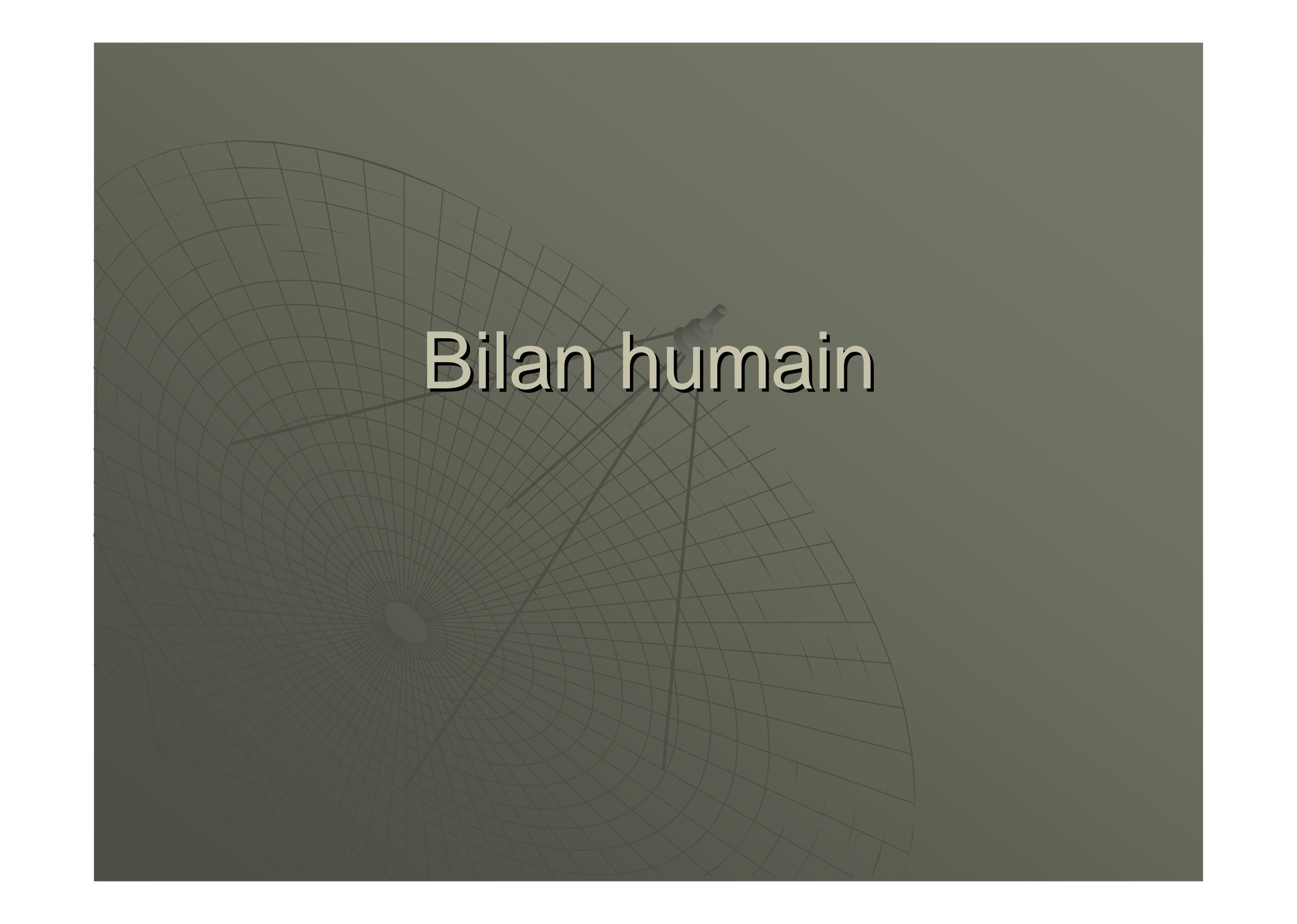
Détermination du facteur gamma défini par  $Q(\text{gamma})=P/4$

Calcul des  $P(j)$ ,  $M(j)$  et  $k(j)$ : puissances, tailles de la constellation QAM et nombre de bits sur le  $j$ -ème canal

Ajustement des résultats obtenus pour atteindre les objectifs fixés

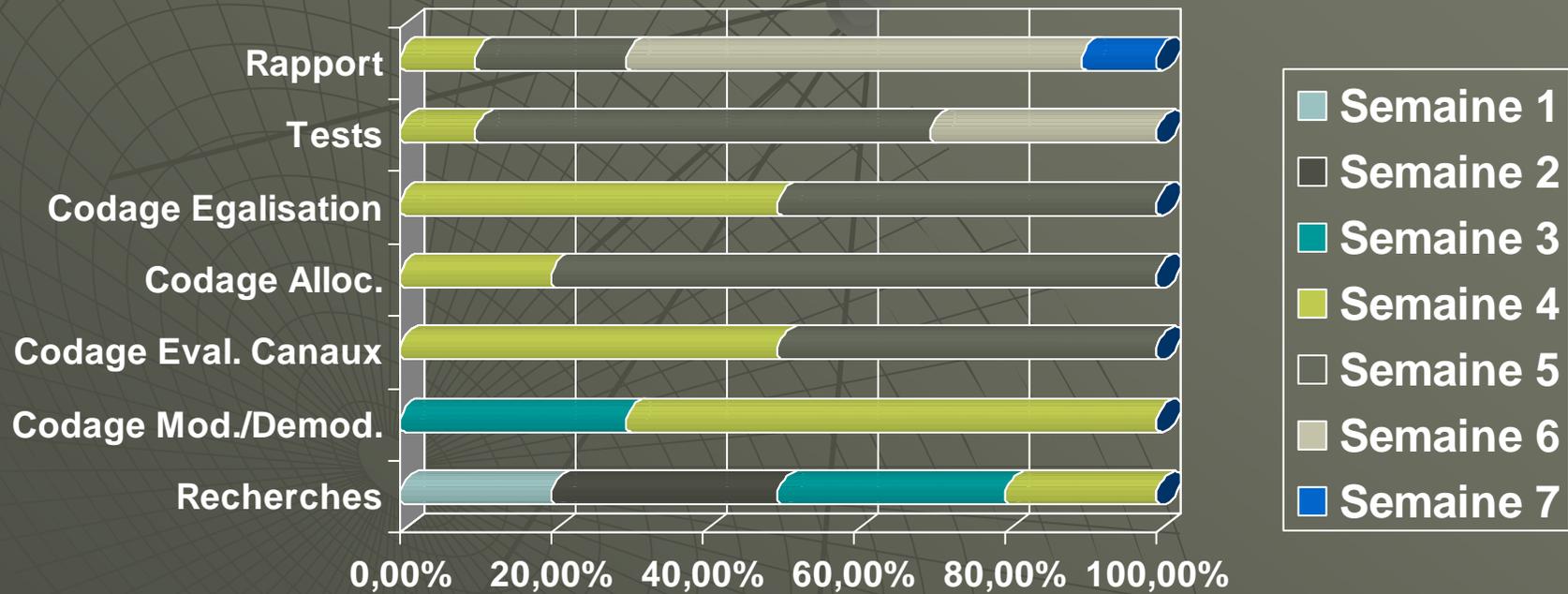
# Exemple d'allocation



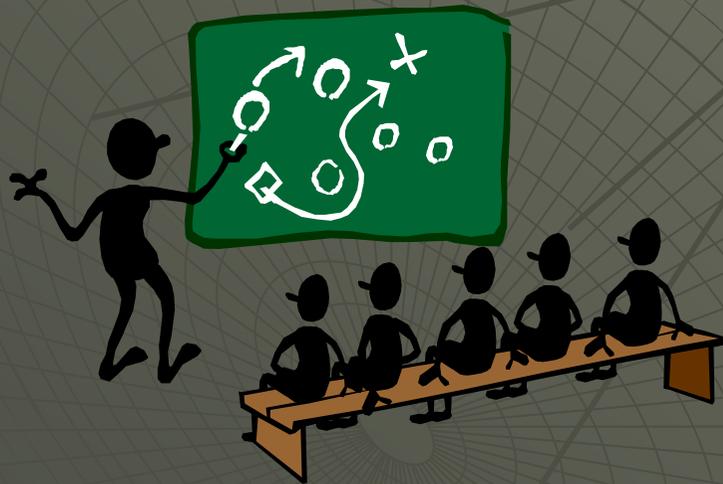


# Bilan humain

# Avancement du travail

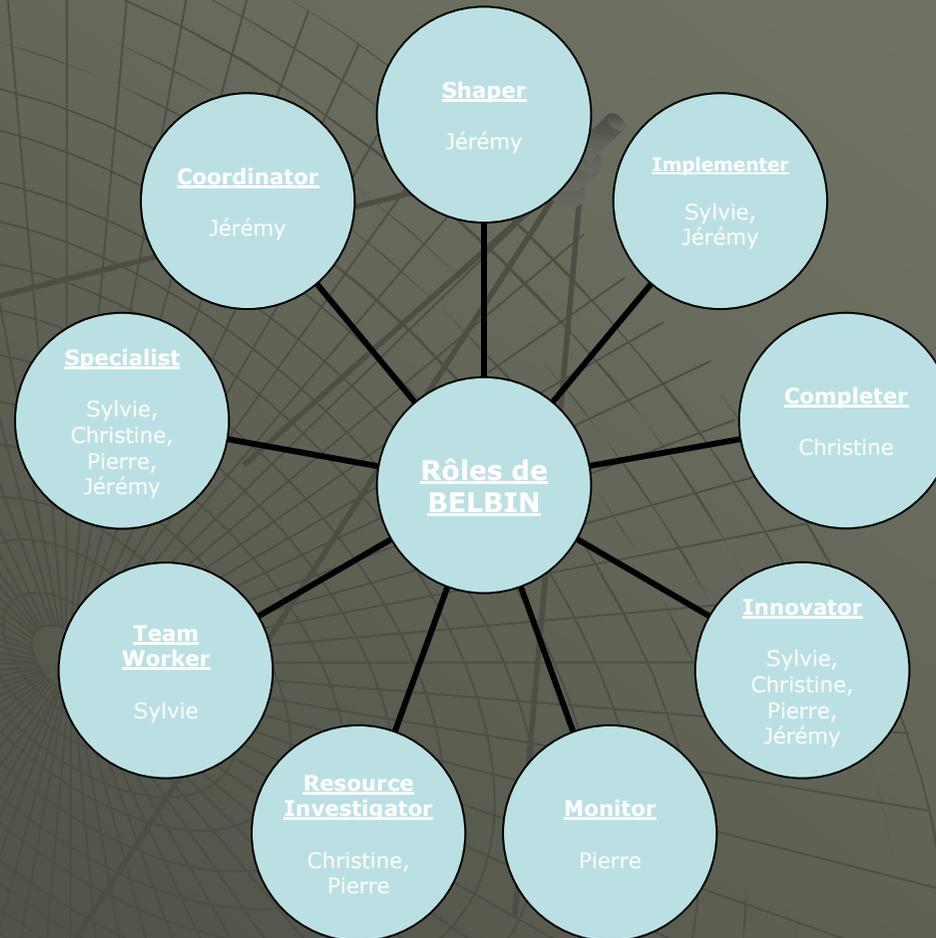


# Travail d'équipe



- ◆ Répartition des tâches pour une plus grande efficacité
- ◆ Évaluation continue de l'état d'avancement: réunions fréquentes
- ◆ Communication (divergences, échange d'idées,...)
- ◆ Mise en commun des résultats obtenus
- ◆ Définition précise des rôles joués par chaque membre de l'équipe

# Rôles de Belbin



# Capitalisation

## ◆ **Points + :**

- Contraintes de temps et cahier des charges bien respectés
- Communication (réunions, mails,...)

## ◆ **Points - :**

- Débuts laborieux avec la bibliographie
- Répartition des tâches au début

# Après l'ADSL ?

- ◆ ADSL: fabuleux défi technique, débits de l'ordre du Mbps sur de simples paires torsadées, alors que le réseau analogique limitait les débits à 56kbps
- ◆ ADSL2+: repousse encore plus loin les limites des lignes en fixant la limite de fréquence exploitable à 2.2GHz, autorisant un débit maximum théorique de 25Mbps en *downstream* et de 1.2Mbps en *upstream* (contre 8092kbps et 800kbps respectivement pour l'ADSL)



# Fin de la présentation

Merci de votre attention

N'hésitez pas à nous poser des questions !